
UNTERSUCHUNG DER KLIMAVARIABILITÄT IN NW ARGENTINIEN

MIT HILFE DER QUANTITATIVEN ANALYSE VON RECURRENCE PLOTS

**DIPLOMARBEIT
ZUR ERLANGUNG DES AKADEMISCHEN GRADES
DIPLOM-PHYSIKER**

VORGELEGT VON

NORBERT MARWAN
geboren in Altdöbern

**Institut für Theoretische Physik
Fachrichtung Physik
Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften
Technische Universität Dresden**

1999

Gutachter

1 2

Prof. Dr. Ute Bahr Prof. Dr. Jürgen Kurths

Institut für Theoretische Physik Institut für Physik
TU Dresden Universität Potsdam
01062 Dresden 14415 Potsdam

eingereicht am 26. Oktober 1999

Kurzfassung

Die Diplomarbeit beschäftigt sich mit dem Einfluß von Klimaoszillationen im Pazifik (*El Niño*) und tropischen Atlantik (*Tropischer Atlantischer Dipol*) auf die Niederschläge in NW Argentinien. Dabei wird dieser Einfluß zum einen auf heutigen Niederschlag untersucht, zum anderen auf Niederschlagsereignisse, die vor 30 000 Jahren stattfanden und anhand von gebänderten Seesedimenten rekonstruiert werden. Zur Untersuchung werden Methoden aus der nichtlinearen Zeitreihenanalyse verwendet, im besonderen *Recurrence Plots*, *Cross Recurrence Plots* sowie die *quantitative Analyse von Recurrence Plots/Cross Recurrence Plots*. Im Ergebnis der Analysen werden Ähnlichkeiten im Verhalten zwischen heutigen Niederschlägen und den Klimaoszillationen sowie dem Niederschlag vor 30 000 Jahren festgestellt. Da die Methoden sehr neu sind werden daneben einige Untersuchungen und Tests der Methoden selbst durchgeführt.

Abstract

Nonlinear time series analysis is used to compare the impact of climate oscillations in the Pacific (*El Niño/Southern Oscillation*) and in the Atlantic (*Tropical Atlantic Dipole*) on present and past rainfall variations in NW Argentina. Past rainfall variations have been reconstructed from 30,000 years old varved lake sediments. In the analysis the methods of *Recurrence Plot*, *Cross Recurrence Plot* and *Recurrence Quantification Analysis* are applied. Similarities between the dynamics of climate oscillations and recent and past precipitation are detected. In addition these very new methods are studied by application to known examples and models.

Erklärung

Ich versichere, die Diplomarbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt zu haben.

Postdam, den 24. Oktober 1999

Inhalt

1	Einführung	11
2	Geologischer Hintergrund	13
3	Datengrundlage	21
3.1	Herkunft der Daten	21
3.1.1	Niederschlagsdaten	21
3.1.2	El Niño/ Southern Oscillation und Tropischer Atlantischer Dipol	21
3.1.3	Paläoklimadaten	22
3.2	Datenvorbereitung	24
3.2.1	Rezente Klimadaten	24
3.2.2	Paläoklimadaten	25
4	Methodik	27
4.1	Motivation der verwendeten Methoden	27
4.2	Der Phasenraum	28
4.3	Bestimmung der Einbettungsparameter	29
4.4	Der Recurrence Plot	31
4.4.1	Konstruktion	31
4.4.2	Beobachtung	33
4.5	Quantitative Analyse von Recurrence Plots	34
4.5.1	Rekurrenzrate	35
4.5.2	Determinismus	35
4.5.3	Mittlere und längste Diagonale	36
4.5.4	SHANNON-Entropie	36
4.5.5	Trend	36
4.5.6	Mittlere Verweildauer	37
4.6	Korrelationsanalyse der Phasenraumverhalten	38
4.7	Der Cross Recurrence Plot	39
4.8	Test der Ergebnisse auf Signifikanz	41
4.9	Programmtechnische Realisierung	43

5	Analyse der Daten	45
5.1	Vorbereitende Untersuchungen	46
5.1.1	Charakteristika der Daten	46
5.1.2	Kreuzkorrelationen	46
5.1.3	Bestimmung der Parameter für die Konstruktion der Recurrence Plots und deren quantitativen Analyse . .	47
5.2	Recurrence Plots	48
5.3	Vergleich der Phasenräume über die quantitative Analyse von Re- currence Plots	49
5.3.1	Quantitative Analyse der Recurrence Plots (RQA)	50
5.3.2	Signifikanz der RQA	52
5.3.3	Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der rezenten Klimazeitreihen	53
5.3.4	Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der Warven- und Klimazeitreihen	56
5.4	Vergleich der Phasenräume über die quantitative Analyse von Cross Recurrence Plots	59
5.4.1	Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der rezenten Klimazeitreihen	60
5.4.2	Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der Warven- und Klimazeitreihen	63
6	Interpretation der Ergebnisse und Diskussion	67
6.1	Vergleich der Klimaoszillationen mit den rezenten Niederschlägen	67
6.1.1	Kreuzkorrelationen	67
6.1.2	Recurrence Plots und RQA-Maße	68
6.1.3	Korrelationen zwischen RQA-Größen	69
6.1.4	Cross Recurrence Plots	70
6.2	Vergleich der Klimaoszillationen mit den Paläoniederschlägen . . .	71
6.2.1	Recurrence Plots und RQA-Maße	71
6.2.2	Korrelation zwischen den RQA-Größen	72
6.2.3	Cross Recurrence Plots	72
6.3	Kritik und Ausblick	73
6.4	Geologische Schlußbetrachtung	74
7	Zusammenfassung	77
	Danksagung	79
	Literatur	81
A	Abbildungen und Tabellen	85
A.1	Kreuzkorrelationen	85

A.2	Abhängigkeit von Fenster und Schwellwert	87
A.3	Recurrence Plots der Zeitreihen	88
A.4	RQA der Zeitreihen	92
A.5	RQA der Cross Recurrence Plots	98
B	Methodische Untersuchungen zur RQA	105
B.1	Abhängigkeiten der RQA-Maße von den Parametern	105
B.1.1	Delay-Zeit und Einbettungsdimension	105
B.1.2	Schwellwert	108
B.1.3	Fensterlängen	110
B.2	Anwendung der RQA an Beispielen	114
B.2.1	Deterministischer Prozeß	114
B.2.2	Logistische Abbildung	116
B.2.3	AR(1)-Prozeß	123
B.3	Anwendung der Cross Recurrence Plots an Beispielen	127
B.3.1	Deterministisches System	127
B.3.2	AR-Prozeß mit antreibender Kraft	129
B.3.3	Anmerkung	129
C	Matlab-Programme	133

Abbildungen

2.1	Lage und Geologie des Santa-Maria-Beckens.	13
2.2	Seesedimente auf Bergsturzresten bei El Paso.	14
2.3	Durchschnittliche Jahresverteilung der Niederschläge der Station Tucuman und mittlerer Jahresverlauf der Intensität der Rotfärbung der Warven.	15
2.4	Niederschlagsanomalien im Untersuchungsgebiet während eines El Niño-Jahres und eines Jahres mit positivem TAD-Index.	16
2.5	Die El Niño/Southern Oscillation.	17
2.6	Tropischer Atlantischer Dipol: Temperaturdifferenz zwischen nördlichem und südlichem tropischen Atlantik und Powerspektrum.	18
3.1	Anomalien der Oberflächenwassertemperaturen im tropischen Atlantik und Gebiete für die TADI-Berechnung.	22
3.2	Zeitreihen des Southern Oscillation Index und Tropical Atlantic Dipole Index.	23
3.3	Abschnitt des Warvenprofils im Aufschluß von El Paso und photographische Datengewinnung.	23
3.4	Ausschnitt aus der originalen (oben), der mittelwertreduzierten (mitte) und der geglätteten Zeitreihe (unten) der Niederschläge der Station Tucuman.	25
3.5	Originale Rotwert-Zeitreihe der Warven von El Paso (Profil EP245) mit Längenchse.	26
3.6	Rotwert-Zeitreihe der Warven von El Paso (Profil EP245) mit äquidistanten Stützstellen und Zeitachse.	26
4.1	Anzahl der Nachbarn in Abhängigkeit der Dimension m	30
4.2	Lokaler und globaler Recurrence Plot des LORENZ-Systems.	33
4.3	Globales Verhalten von Recurrence Plots.	34
4.4	RQA-Größen der x -Komponente des LORENZ-Systems und seiner Vorzeichenfunktion.	39
4.5	Cross Recurrence Plot zwischen der x -Komponente des LORENZ-Systems und dessen Vorzeichenfunktion sowie Kreuzkorrelation und RQA.	40

5.1	Powerspektren der Zeitreihen (ohne Glättung).	47
5.2	Bestimmung der günstigsten Einbettungs- und RQA-Parameter am Beispiel der geglätteten SOI-Zeitreihe.	49
5.3	Lücken in den Recurrence Plots und zeitliches Auftreten von La Niña- und El Niño-Erscheinungen.	50
5.4	Testverteilungen von Korrelationskoeffizienten	55
5.5	Abschnittsweise Korrelationen zwischen den RQA-Größen der Warven EP160 und des TADI.	57
5.6	RQA-Größen der Warven EP160 und des TADI.	58
5.7	Cross Recurrence Plots und dessen RQA-Maße für SOI und TADI.	61
5.8	QA-Maße des Cross Recurrence Plots zwischen SOI und Warven EP160 für den Abschnitt 467.	65
A.1	Kreuzkorrelationen zwischen SOI und den Niederschlägen.	85
A.2	Kreuzkorrelationen zwischen TADI und SOI sowie den Niederschlägen.	86
A.3	SOI, geglättet: RQA-Größen in Abhängigkeit von der Fensterlänge.	87
A.4	SOI, geglättet: RQA-Größen in Abhängigkeit vom Schwellenwert.	87
A.5	Recurrence Plots der Niederschlagszeitreihen.	88
A.6	Recurrence Plots von Tadi und SOI.	89
A.7	Recurrence Plots der Warvenzeitreihen EP160 und EP245.	89
A.8	RQA-Werte der ungeglätteten TADI- und SOI-Zeitreihen.	92
A.9	RQA-Werte der ungeglätteten Niederschlagszeitreihen.	93
A.10	RQA-Werte der ungeglätteten Warvenzeitreihen.	94
A.11	RQA-Werte der geglätteten TADI- und SOI-Zeitreihen.	95
A.12	RQA-Werte der geglätteten Niederschlagszeitreihen.	96
A.13	RQA-Werte der geglätteten Warvenzeitreihen.	97
A.14	RQA-Maße für Cross Recurrence Plots zwischen Tucuman und TADI bzw. SOI.	98
A.15	RQA-Maße für Cross Recurrence Plots zwischen Jujuy und TADI bzw. SOI.	99
A.16	RQA-Maße für Cross Recurrence Plots zwischen Salta und TADI bzw. SOI.	100
B.1	RQA-Größen in Abhängigkeit von Lag und Dimension beim weißen Rauschen.	106
B.2	RQA-Größen in Abhängigkeit von Lag und Dimension bei dem LORENZ-System.	107
B.3	RQA-Größen in Abhängigkeit von Lag und Dimension bei der Zeitreihe der geglätteten SOI-Daten.	107
B.4	RQA bei variierten ε für eine Sinus-Funktion.	108
B.5	RQA bei variierten ε für weißes Rauschen.	109
B.6	RQA bei variierten ε für das LORENZ-System.	109

B.7	RQA bei variierten ε für die geglätteten SOI-Daten.	110
B.8	Verhältnis von DET zu ENTR in Abhängigkeit von ε	111
B.9	RQA bei variierten Fensterlängen bei einer Sinus-Schwebung.	113
B.10	RQA bei variierten Fensterlängen beim ROESSLER-System.	113
B.11	RP und RQA der deterministischen Funktion.	115
B.12	Logistische Abbildung und LYAPUNOV-Exponenten.	116
B.13	RP der logistischen Abbildung bei $a = 3.49$ (2 Perioden) und $a =$ 3.78 (Chaos).	117
B.14	RP der logistischen Funktion bei $a = 3.679$ (Bandverschmelzung) und $a = 4.0$ (äußere Krise).	118
B.15	RQA der logistischen Abbildung in Abhängigkeit des Kontrollpa- rameters a	119
B.16	Mittlere Verweildauer von Zuständen der logistischen Abbildung in Abhängigkeit des Kontrollparameters a	120
B.17	Recurrence-Rate der logistischen Abbildung für $a = 4$ in Abhängig- keit vom Abstand ε und der Einbettungsdimension m	121
B.18	Entropie der logistischen Abbildung für $a = 4$ in Abhängigkeit vom Abstand ε und dazugehörige Verteilungen der Diagonallängen.	122
B.19	RQA von AR(1)-Prozessen in Abhängigkeit des AR-Koeffizienten.	124
B.20	RP von AR(1)-Prozessen.	125
B.21	RQA einer Realisierung von AR(1)-Prozessen.	126
B.22	Kreuzkorrelation der Zeitreihen $f(x)$ und $g(x)$ und RQA-Maße ih- res Cross Recurrence Plots.	127
B.23	Cross Recurrence Plot der Zeitreihen $f(x)$ und $g(x)$	128
B.24	Kreuzkorrelation zwischen antreibendem und angetriebenem Sys- tem und RQA-Maße ihres Cross Recurrence Plots.	130
B.25	RQA-Maße von Cross Recurrence Plots zwischen dem LORENZ- Systems und unabhängigen AR(2)-Prozessen.	130
B.26	Cross Recurrence Plot zwischen antreibendem und angetriebenem System.	131

Tabellen

4.1	Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen der x -Komponente des LORENZ-Systems und dessen Vorzeichenfunktion. . .	39
5.1	Niederschlagswerte einiger Stationen (Werte in mm).	46
5.2	Ermittelte Parameter für die Phasenraumeinbettung und die Konstruktion der Recurrence Plots.	48
5.3	Mittelwerte und Standardabweichungen der RQA-Größen der ungeglätteten Daten.	51
5.4	Mittelwerte und Standardabweichungen der RQA-Größen der geglätteten Daten.	51
5.5	5 %- und 95 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der RQA-Größen von jeweils 500 Ersatzdaten Weißes Rauschen	52
5.6	5 %- und 95 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der RQA-Größen von jeweils 500 Ersatzdaten AR(3)-Prozeß	52
5.7	Unglättete Zeitreihen: Korrelationen zwischen den RQA-Größen von TADI und denen der anderen Zeitreihen.	54
5.8	Unglättete Zeitreihen: Korrelationen zwischen den RQA-Größen von SOI und denen der anderen Zeitreihen.	54
5.9	5 %- und 95 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von AR(3)-Prozessen (an SOI angepaßt) und AR(3)-Prozessen (an SAL angepaßt) bzw. AR(3)-Prozessen (an TADI angepaßt) und der monatsmittelwertreduzierten Zeitreihe JUY.	54
5.10	Geglättete Zeitreihen: Korrelationen zwischen den RQA-Größen von TADI und denen der anderen Zeitreihen.	55
5.11	Geglättete Zeitreihen: Korrelationen zwischen den RQA-Größen von SOI und denen der anderen Zeitreihen.	56
5.12	5 %- und 95 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilung der Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von geglätteten AR(3)-Prozessen (an SOI angepaßt) und den RQA-Größen der geglätteten Niederschlagszeitreihe von Salta.	56
5.13	Korrelationen zwischen den RQA-Größen eines Abschnittes von EP160 und TADI bzw. SOI.	58

5.14	Korrelationen zwischen den RQA-Größen eines Abschnittes von EP245 und TADI bzw. SOI	59
5.15	10 %- und 90 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von AR(3)-Prozessen und denen der Warven EP160	59
5.16	RQA-Maße von Cross Recurrence Plots sowie Art der Korrelation zwischen den Niederschlägen und SOI bzw. TADI.	62
5.17	90 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der RQA-Maße der Cross Recurrence Plots zwischen 1000 Prozessen weißes Rauschen gegen weißes Rauschen (geglättete Daten) und 1000 geglätteten AR(3)-Prozessen (SOI) und AR(3)-Prozessen (SAL).	62
5.18	90 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der RQA-Maße der Cross Recurrence Plots zwischen 1000 geglätteten AR(3)-Prozessen (SOI) und SAL und 1000 geglätteten AR(3)-Prozessen (TADI) und JUY.	62
5.19	90 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der RQA-Maße der Cross Recurrence Plots zwischen geglätteten AR(3)-Prozessen (SOI) und AR(3)-Prozessen (EP160)	64
6.1	Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten berechnet aus der Korrelationsanalyse von RQA-Größen.	70
A.1	Visuelle Charakterisierung der Recurrence Plots der Zeitreihen.	90
A.2	RQA-Werte der Cross Recurrence Plots der Warvenzeitreihe EP160 gegen SOI	101
A.3	RQA-Werte der Cross Recurrence Plots der Warvenzeitreihe EP160 gegen TADI	102
A.4	RQA-Werte der Cross Recurrence Plots der Warvenzeitreihe EP245 gegen SOI	103
A.5	RQA-Werte der Cross Recurrence Plots der Warvenzeitreihe EP245 gegen TADI	104
B.1	Größen zur Abschätzung eines günstigen ε bei den ungeglätteten Daten.	111
B.2	Größen zur Abschätzung eines günstigen ε der geglätteten Daten.	111

Abkürzungen und Symbole

$\langle \cdot \rangle$	Mittelwert allgemein
$\Theta(x)$	HEAVISIDE-Funktion von x
Ω_i	Rekurrenzdicke in der i -ten Diagonalen
α	Anteil an einer Verteilung, Signifikanzniveau
ε	kleiner Abstand im Phasenraum allgemein, Schwellwert für die Konstruktion eines Recurrence Plots
μ	Mittelwert
ν	Anzahl Freiheitsgrade
ξ	normalverteilte Zufallszahlen ($\xi \in \text{WN}(0,1)$)
ρ	Korrelationskoeffizient
σ	Standardabweichung
τ	Verzögerungszeit, Delay, Lag
ϕ	Phasenraumdurchmesser
φ	Zustand
ψ	Zustand
ω	Frequenz
ACF	Autokorrelationsfunktion
AR(p)	Autoregressiver Prozeß der Ordnung p
COADS	Comprehensive Oceanic and Atmospheric Data Set
$\mathbf{CR}_{i,j}$	Matrix des Cross Recurrence Plots
CR	Cross Recurrence
CRP	Cross Recurrence Plot
D_K	Korrelationsdimension
DET	Determinismus
ENSO	El Niño/ Southern Oscillation
ENTR	Entropie
EP	El Paso
EP160	Warvendaten (El Paso)
EP245	Warvendaten (El Paso)
FNN	Methode der Anzahl falscher nächster Nachbarn (false nearest neighbours)
H_0	Nullhypothese in einem statistischen Test
H_A	Alternativhypothese in einem statistischen Test

I	Information, Informationsentropie
i	Zeitreihen-, Vektor- oder Matrizenindex
JUY	Niederschlagsstation San Salvador de Jujuy
j	Zeitreihen-, Vektor- oder Matrizenindex
k	Zeitreihen-, Vektor- oder Matrizenindex
L	Mittlere Diagonallänge
L_{max}	Längste Diagonallänge
l	Länge einer Diagonallinie im Recurrence Plot
M_i	langfristiger Monatsmittelwert des i -ten Monats
MEX	Schnittstelle, über die MATLAB Fortran-Programme ausführen kann
MI	Transinformation (Mutual Information)
MVD	Mittlere Verweildauer
m	Einbettungsdimension
N	Länge der Zeitreihe oder Anzahl der Zustandsvektoren
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
n. b.	nicht berechnet
$P(x)$	Häufigkeit des Wertes x
$p(x)$	Wahrscheinlichkeit des Wertes x
Q_α	α -Quantil einer Verteilung
$\mathbf{R}_{i,j}$	Matrix des Recurrence Plots
RP	Recurrence Plot
RQA	Recurrence Quantification Analysis
RR	Rekurrenzrate (Recurrence Rate)
SAL	Niederschlagsstation Salta
SOI	Southern Oscillation Index
SST	Sea Surface Temperature
$t_{\nu;\alpha}$	Signifikanzschranke im t -Test bei ν Freiheitsgraden und mit Irrtumswahrscheinlichkeit α
$u(t), u_i$	Zeitreihe (Meßwertreihe)
TAD	Tropical Atlantic Dipole (Tropical Atlantic SST Dipole)
TADI	Tropical Atlantic Dipole Index
<i>TREND</i>	Aufhellen/ Abdunkeln des Recurrence Plots in den Ecken
TUC	Niederschlagsstation San Miguel de Tucuman
v	Länge einer Vertikallinie im Recurrence Plot
WN(0,1)	Weißes Rauschen mit Mittelwert null und Standardabweichung eins
w	Fensterlänge
\vec{x}_n	Zustandsvektor

Kapitel 1

Einführung

*In der Wissenschaft gleichen wir alle nur den Kindern, die am Rande des Wissens hie und da einen Kiesel aufheben, während sich der weite Ozean des Unbekannten vor unseren Augen erstreckt.
(Sir Isaac Newton, 1643–1727)*

Die Anden sind für die Geologie von besonderem Interesse, da sie ein sehr junges Gebirge sind und sich die ablaufenden geologischen Prozesse bei der Gebirgsbildung (im Rahmen der für menschliche Maßstäbe sehr langen Zeitskala) gut untersuchen lassen. Erdinnere Prozesse führen hier zur Heraushebung von Gebirgsblöcken von fast 7000 Metern Höhe, während vor allem klimagesteuerte, äußere Einwirkungen durch intensive Erosion des dabei entstehenden Reliefs diesem entgegenwirken.

Im Nordwesten Argentiniens in der Provinz Salta befindet sich das intramontane *Santa-Maria-Becken*. Es liegt am Anden-Ostrand und somit im Bereich von extremen Klimagegensätzen. Im Rahmen des SFB 267 „Deformationsprozesse in den Anden“, Teilprojekt D4 „Tektonik und Klima“ wurden hier gewaltige Felsstürze mit mehreren hundert Millionen Kubikmetern gefunden und datiert /11, 28/. Dabei fiel auf, daß diese Felsstürze nur an bestimmten Bergfronten und nur in bestimmten Zeiten gehäuft auftraten. Neben der Untersuchung des Gefährdungspotentials und der zeitlichen Einordnung solcher Felsstürze ist die Bestimmung der tektonischen, petrographischen und klimatologischen Voraussetzungen für große Massenbewegungen eine wichtige Fragestellung.

Aus dem Arbeitsgebiet der Potsdamer Geologen liegen Daten über das Klima von heute sowie aus der Zeit der Bergstürze vor. Der Vergleich des heutigen mit dem damaligen Klima liefert möglicherweise Hinweise zu den Ursachen der Felsstürze.

Ausgehend von den bereits vorliegenden Erkenntnissen und geologischen Interpretationen über die Zusammenhänge zwischen dem Niederschlag und der Sedimentation sowie den Einflüssen von raschen Klimaschwankungen wie El Niño/

Southern Oscillation (ENSO) und Tropischem Atlantischem Dipol (TAD) auf die Niederschläge, werden in dieser Diplomarbeit Ähnlichkeiten und Unterschiede in deren Dynamik untersucht. Da sich Wetter und Klima durch nichtlineare Modellgleichungen beschreiben und nichtlineare Abhängigkeiten sich nicht durch lineare Methoden (Korrelationsanalyse) erfassen lassen, sind dazu Methoden der nichtlinearen Zeitreihenanalyse erforderlich. Hinzu kommen Instationaritäten, die nichtlineare Abhängigkeiten vortäuschen können. Daher werden Analysen mit Recurrence Plots angewendet. Sie können Ähnlichkeiten im dynamischen Verhalten von verschiedenen Prozessen durch Vergleich der Phasenraumdarstellungen finden und liefern auch bei kurzen Zeitreihen und Instationaritäten gute Ergebnisse.

Die Erläuterung der geologischen und atmosphärischen Zusammenhänge findet sich im Kapitel *Geologischer Hintergrund*. Im Kapitel *Methodik* werden die in dieser Arbeit benutzten nichtlinearen Methoden, im besonderen die quantitative Analyse von Recurrence Plots sowie die Analyse von Cross Recurrence Plots, vorgestellt. Die Ähnlichkeiten zwischen der Dynamik der klimatischen Einflußfaktoren und der der Niederschläge bzw. der Sedimente werden im Kapitel *Analyse der Daten* untersucht. Dabei werden Korrelationsanalysen zwischen Maßen, die aus Recurrence Plots gewonnen werden sowie Statistiken über Cross Recurrence Plots durchgeführt. Im Anschluß werden im Kapitel *Interpretation und Diskussion* die Resultate interpretiert. Im *Anhang* sind umfangreiche Abbildungen und Ergebnisse zur Analyse zusammengefaßt, die sich aufgrund ihres Umfanges nicht in den Text platzieren ließen. Außerdem befinden sich im Anhang Untersuchungen mit Beispielen und Erprobungen der verwendeten nichtlinearen Methoden auf Modellsysteme sowie eine Kurzbeschreibung des bei der Diplomarbeit entstandenen Programmpaketes.

Kapitel 2

Geologischer Hintergrund

In der *Cordillera Oriental* am Ostrand der Anden befinden sich die *Quebrada de Cafayate*, die das Nord-Süd-gerichtete *Santa-Maria-Becken* entwässert und die *Quebrada del Toro*, in denen (neben anderen Lokalitäten) von Potsdamer Geologen zahlreiche Bergstürze kartiert wurden, die Volumina von mehreren Millionen Kubikmetern aufweisen. Radiocarbon-Datierungen ergaben, daß diese katastrophalen Massenbewegungen vor etwa 26 000 bis 30 000 Jahren stattfanden /11/. Aus heutiger Zeit sind Felsstürze dieser Größe in diesem Gebiet nicht bekannt. Zur Entstehung von Felsstürzen diesen Ausmaßes bedarf es einerseits geologischen Grundvoraussetzungen, wie Störungszonen, geringe Klüftigkeit u. a. Andererseits müssen die morphologischen Strukturen (tiefe Täler, steile Bergwände) große Massenbewegungen zulassen. Als auslösendes Moment kommen meist Erdbeben in Frage, aber auch heftige Regenfälle oder Schneeschmelzen können Massenbewegungen verursachen, was aber in der Regel eher zu häufigeren, kleineren Erdrutschen führt.

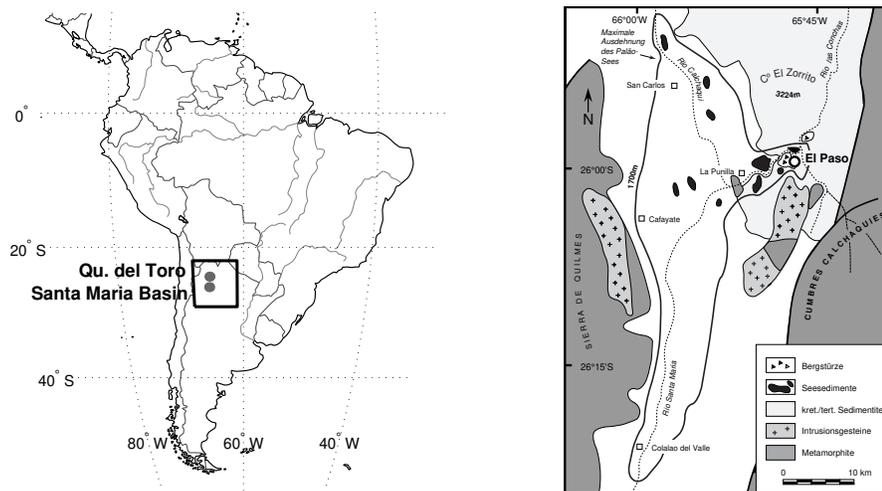


Abbildung 2.1: Lage und Geologie des Santa-Maria-Beckens (Geologische Karte verändert nach /28/).

Das gehäufte Auftreten der Felsstürze zu einer bestimmten Zeit läßt das Vorhandensein eines äußeren Einflusses vermuten, welcher die morphologischen Vorbedingungen für das Auslösen der Massenbewegungen schuf. Starke morphologische Gegensätze können durch verstärkte Erosion der Bergfronten durch Flüsse entstehen. Die betroffenen Gebiete weisen heute ein arides¹ bis semiarides Klima auf, da sie im Regenschatten des Anden-Ostrand es liegen. Das Klima müßte daher vor etwa 30 000 Jahren feuchter oder stärkeren Schwankungen unterworfen gewesen sein, um das gehäufte Auftreten der Felsstürze zu erklären /28/.

In der *Quebrada de Cafayate* am Ausgang des Santa-Maria-Beckens hat vor weniger als 35 000 Jahren einer der Bergstürze den Fluß *Río las Conchas* bei der Lokalität *El Paso* vorübergehend abgedämmt und zu einem See aufgestaut (Abbildung 2.1), dessen Ablagerungen heute Aufschluß über das damalige Klima geben können. Dieser See hatte eine Fläche von etwa 650 km². Aus hydrologischen Modellierungen, die am Institut für Geowissenschaften der Universität Potsdam gerechnet wurden, weiß man, daß die heutigen Niederschlagsverhältnisse nicht ausreichen würden einen See dieser Größe aufzustauen /28/. Das ist ein weiteres Indiz dafür, daß es zur damaligen Zeit feuchter war als heute.



Abbildung 2.2: Seesedimente (hell) auf Bergsturzresten (dunkel) bei El Paso.

Auf dem Grund des Sees lagerten sich stark strukturierte feinkörnige Sedimente ab (Bänderton, Abbildung 3.3). Die Bänderung entstand durch die extremen saisonalen Schwankungen im Niederschlag. In der sommerlichen Regenzeit (Oktober bis Februar) erfolgte über die Flüsse ein starker Eintrag von beigefarbenen bis grünlichen, tonigen Sedimenten aus dem gesamten Einzugsgebiet des Beckens (Verwitterungsreste von Metamorphiten² der umliegenden Gebirgs-

¹**arid:** Verdunstung größer als Niederschlag

²**Metamorphite:** Umwandlungsgesteine.

region). Im Herbst und Winter sedimentierten die eingetragenen Stoffe, und der See klarte auf (Abbildung 2.3). Mit Beginn des Frühlings setzte eine Kieselalgenblüte (*Diatomeen*) ein, die im Sediment als weiße Schicht dokumentiert ist. Damit lassen sich die Bändertone in einzelne Jahre auflösen. Solche Sedimente, deren Bänderung einzelnen Jahren entsprechen, werden auch *Warven* genannt. Einzelne, in zwei bis fünf Millimeter Abständen auftretende Bänder zeigen an der Basis eine deutliche Rotfärbung, die nach oben hin abnimmt. Diese Rotfärbung stammt von eisenreichen Verwitterungsrückständen von Sedimentiten aus der direkten Umgebung von El Paso (kretazische und tertiäre Sand- und Schluffsteine³). Dieser Eintrag ist durch gelegentliche, heftige Regenfälle in dieser Lokalität, die im Regenschatten eines Bergrückens liegt, bedingt. Diese roten Horizonte können daher als Anzeiger erhöhter Niederschläge in dem Gebiet von El Paso interpretiert und somit die Intensität der Rotfärbung als Maß für die Niederschlagsintensität verwendet werden /28/.

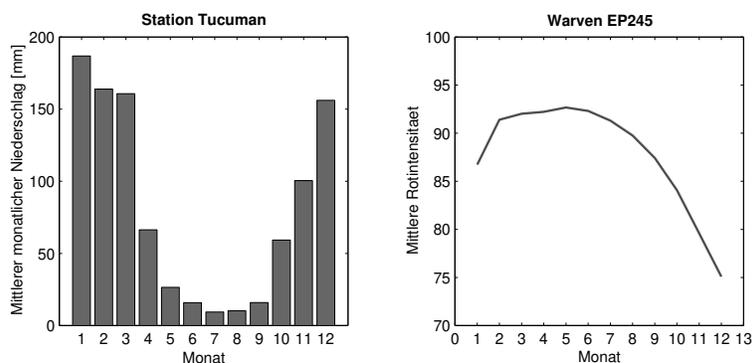


Abbildung 2.3: Durchschnittliche Jahresverteilung der Niederschläge der Station Tucuman /4/ und der Rotwerte der Warven (EP245).

In der heutigen Zeit unterliegt der Nordwesten Argentiniens dem Einfluß eines Tiefdrucksystems östlich der Anden (*Chaco-Tief*). Das sommerliche Tief zieht nordöstliche und östliche feuchte Luftmassen des Atlantiks an, im Südwinter bringt das Tief hingegen trockene, kühle pazifische Luftmassen. Von Dezember bis Februar fallen etwa 80 % des Niederschlages (Abbildung 2.3), welcher aufgrund des Regenschatteneffektes der Berge sich vor allem auf die höheren Bergregionen beschränkt. Die Becken selbst bleiben vorwiegend trocken.

Die Höhe des Niederschlages unterliegt den Einflüssen der Klimaoszillationen im Pazifik (*El Niño/Southern Oscillation*) und im Atlantik (*Tropischer Atlantischer Dipol*), welche Perioden von 3 bis 7 Jahren bzw. 10 bis 13 Jahren haben /5, 7, 9/. In einem El Niño-Jahr kann die Höhe der Niederschläge im

³**kretazisch:** aus der Kreidezeit stammend, geologisches Zeitalter vor 130 bis 65 Millionen Jahren; **tertiär:** aus dem Tertiär stammend, geologisches Zeitalter vor 2 bis 65 Millionen Jahren; **Schluff:** Sediment mit einer Korngröße von 2 μm bis 63 μm .

Becken bis unter 50 % des langjährigen Mittels fallen, währenddessen südöstlich des Beckens (Tucuman) die Höhe der Niederschläge zunimmt. Ein La Niña-Jahr wie auch ein positiver atlantischer Dipol kann stärkere Niederschläge verursachen /1, 4, 21/ (Abbildung 2.4).

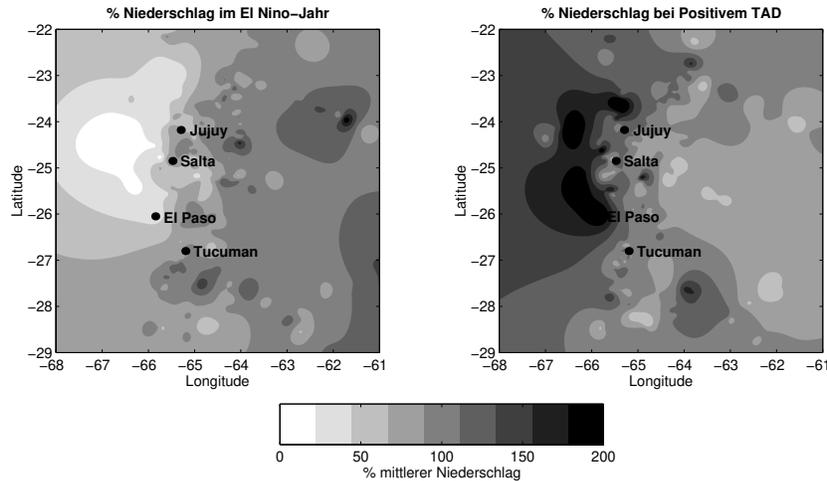


Abbildung 2.4: Niederschlagsanomalien im Untersuchungsgebiet während eines El Niño-Jahres (1965) und eines Jahres mit positivem TAD-Index (1963); der dargestellte Ausschnitt entspricht dem Rechteck in der Übersichtskarte in Abbildung 2.1 (Daten aus /4/).

Die *El Niño/Southern Oscillation (ENSO)* entsteht durch die starke Kopplung von ozeanischen und atmosphärischen Prozessen im Bereich des Äquators. Obwohl die zugrundeliegenden Mechanismen geklärt sind, ist die Ursache für die zyklisch auftretenden Veränderungen – und der damit verbundenen extremen Wetterlagen rund um den Pazifik – nach wie vor unbekannt. Die Ozeane bestehen aus kaltem Tiefenwasser und warmem Oberflächenwasser (die Trennschicht zwischen beiden Schichten wird Thermokline genannt und ist in den Tropen sehr deutlich ausgebildet). Im Pazifik „schieben“ starke westwärts wehende Passatwinde das warme Oberflächenwasser in Richtung Australien, wo es sich vor der Küste ansammelt (Abbildung 2.5). Dadurch kann hier der Wasserspiegel bis zu einem halben Meter höher sein als im östlichen Pazifik vor der Küste Perus. Die Warmwasserschicht hat hier eine Mächtigkeit von über 150 Metern. Im Osten, vor der Küste Südamerikas, fehlt das angewärmte Oberflächenwasser. Es ist hier nur etwa 50 Meter mächtig (d. h. die Thermokline fällt von Osten nach Westen ab). Dadurch ist das Oberflächenwasser hier viel kühler (etwa 23°C im Gegensatz zu etwa 29°C im Westen). Durch die Winde gelangt kaltes, nährstoffreiches Tiefenwasser an die Wasseroberfläche (*upwelling*). Das nährstoffreiche Tiefenwasser vor Amerika ermöglicht einen reichen Fischfang. Der Massentransport von warmem Oberflächenwasser äußert sich in einem starken Temperaturgradienten an der Wasseroberfläche von Ost nach West. Das sehr warme Oberflächenwasser vor

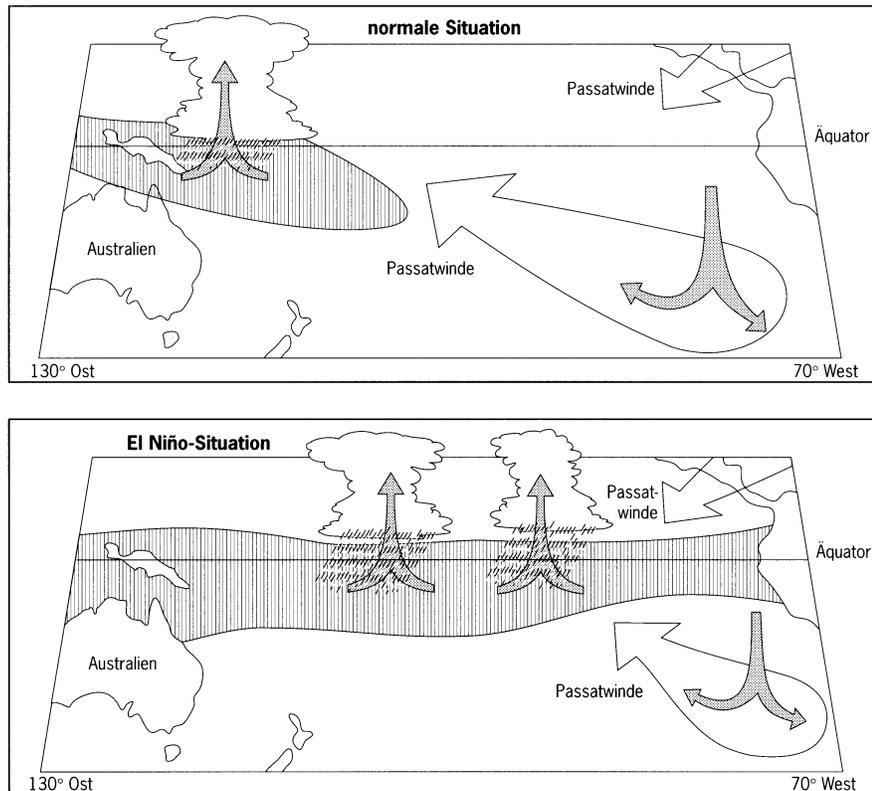


Abbildung 2.5: Die El Niño/Southern Oscillation (aus /14/).

Australien verursacht dort einen starken atmosphärischen Auftrieb mit Wärmetransport in die oberen Atmosphärenschichten. Dort können die warmen Luftmassen das globale Wetterverhalten über die Lenkung des Jetstreams⁴ beeinflussen. Das äußert sich vor allem in der Verteilung der Passatwinde, die wiederum diesen lokalen Wärmetransport von der Ozeanoberfläche in die oberen Atmosphärenschichten erst verursacht haben (starke Rückkopplung).

Wenn das warme Oberflächenwasser etwas weiter in Richtung Osten verschoben ist, und damit auch der Wärmetransport in die Atmosphäre weiter im Osten stattfindet, dann ändert auch der Jetstream seinen Verlauf und mit ihm die Passatwinde ihre Richtung und Stärke. Damit wird aber weniger des warmen Oberflächenwassers nach Westen transportiert, was diesen Effekt nur noch weiter verstärkt. Im Endeffekt kann das warme Oberflächenwasser dann bis zur Ostküste Südamerikas reichen. Dieses Auftreten von warmem Oberflächenwasser vor der Küste Amerikas wird als El Niño bezeichnet. Die Thermokline ist dabei nahezu horizontal ausgerichtet. Vor der Westküste Südamerikas kommt kein kaltes, nährstoffreiches Tiefenwasser mehr an die Oberfläche (Wassertemperatur jetzt

⁴**Jetstream:** starke Luftströmung mit Geschwindigkeiten bis 200 kmh^{-1} in der oberen Troposphäre zwischen polaren Kaltluft- und subtropischen Warmluftmassen.

hier etwa 28°C). Der Fischfang geht stark zurück.⁵ Die Wolkenbildung ist viel näher in Richtung Südamerika verlagert. In Australien ist es daher sehr trocken (Dürre), während es in weiten Teilen von Südamerika (v. a. Peru und Equador) heftige Regenfälle, Hochwasser, Stürme und Sturmfluten gibt.

La Niña äußert sich dagegen durch eine extreme Verstärkung der westwärts wehenden Passatwinde und damit des Gradienten der Oberflächenwassertemperatur zwischen Ost- und Westpazifik. Die Wolkenbildung findet vor Australien statt, weshalb es dort viel Regen gibt, während in Südamerika der Regen ausbleibt. *La Niña* hat also entgegengesetztes Verhalten zum *El Niño*. *El Niño*-Jahre treten alle 2 bis 5 Jahre auf.

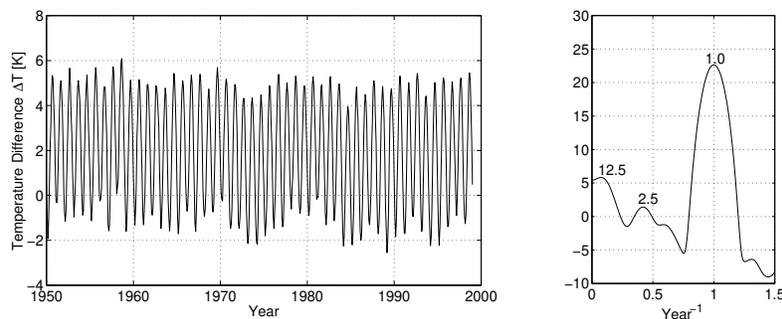


Abbildung 2.6: Tropischer Atlantischer Dipol: Temperaturdifferenz zwischen nördlichem und südlichem tropischen Atlantik und deren Powerspektrum (HANNING-Fenster der Länge 100). Deutlich ist eine überlagerte Periode von etwa 12 Jahren zu erkennen. (Daten aus dem COADS /35/)

Im Atlantik befinden sich mehrere Klimaoszillationen, z. B. die für Europa bedeutende Nordatlantik-Oszillation (NAO). Für Südamerika, wie auch für Westafrika, ist der *Tropische Atlantische Dipol (TAD)* – eine Anomalie in der Oberflächenwassertemperatur – von wesentlicher Bedeutung /9/. Hierbei handelt es sich ebenfalls um ein gekoppeltes System zwischen Ozean und Atmosphäre. Die Hauptcharakteristik äußert sich in einem Temperaturgradienten der Wasseroberfläche quer über den Äquator zwischen Nord- und Südhemisphäre (Abbildung 3.1). Neben der saisonalen Änderung des Temperaturunterschiedes zwischen nördlichem und südlichem tropischen Atlantik läßt sich langfristig eine dipolähnliche, zyklische Schwankung dieses Temperaturgradienten mit Zyklen von 10 bis 13 Jahren beobachten (Abbildung 2.6). Der Mechanismus dieses Dipols ist noch ungeklärt. Es wird vermutet, daß er auf langsamen Meeresströmungen vor der Nord- und Südküste Brasiliens basiert, die genau dann kaltes Wasser in den nördlichen

⁵Die Bezeichnung *El Niño* geht auf peruanische Fischer zurück, die damit das Auftreten warmen Wassers vor ihrer Küste jeweils am Beginn eines neuen Jahres, kurz nach der Weihnachtszeit, bezeichneten. *El Niño* ist spanisch und bedeutet kleiner Junge oder auch Christkind. In der modernen Klimaforschung wird der Begriff *El Niño* nur noch für jene Jahre mit extrem warmen Wassertemperaturen verwendet.

Atlantik bringen (sommerliche Aufwärmung), wenn er gerade wärmer ist als der südliche Atlantik (und umgekehrt). Der nördliche tropische Atlantik wird außerdem vom ENSO beeinflusst. Während La Niña-Phasen kühlt sich der nördliche Atlantik mit einer Zeitverzögerung von 4 bis 5 Monaten ab und der Luftdruck steigt /9/.

Auf der Grundlage dieser Kenntnisse interessiert folgende geologische Ausgangsfragestellung: Welcher klimatische Einfluß äußert sich in den kräftig roten Horizonten der Warven? Wenn es sich dabei um den Einfluß der El Niño/ Southern Oscillation handelt, waren es dann El Niño- oder La Niña-Ereignisse, die diese Lagen, d. h. erhöhten Niederschlag, verursacht haben? Im Falle von El Niño-Ereignissen hieße das, daß sich im Laufe der letzten 30 000 Jahre der Einflußbereich der El Niño/ Southern Oscillation in Südamerika verschoben hat, da heute La Niña-Ereignisse höhere Regenfälle verursachen.

Kapitel 3

Datengrundlage

3.1 Herkunft der Daten

3.1.1 Niederschlagsdaten

Für Nordwest-Argentinien liegen monatliche Niederschlagsmessungen von 478 Stationen aus dem Zeitraum 1923 bis Ende 1990 vor. Einzelne Datenreihen reichen bis ins 19. Jahrhundert hinein /4/.

Für die Untersuchungen in dieser Arbeit werden hauptsächlich die Daten der Station *San Miguel de Tucuman* (Stations-Nr. 4053), *San Salvador de Jujuy* (Stations-Nr. 1041) und *Salta* (Stations-Nr. 2147) verwendet, da diese Datensätze mit 107 Jahren (Januar 1884 bis Dezember 1990, entspricht 1284 Werten), bzw. 80 Jahren (Januar 1908 bis Dezember 1987 und Januar 1912 bis Dezember 1991, entspricht 960 Werten) besonders lang sind. Diese Auswahl repräsentiert verschiedene geographische Regionen und damit Reaktionsverhalten auf die Einflüsse von Atlantik und Pazifik. Die Stationen Jujuy, Salta und Tucuman liegen in dieser Reihenfolge von Norden nach Süden am östlichen Rand der Anden.

3.1.2 El Niño/ Southern Oscillation und Tropischer Atlantischer Dipol

Die für den populären El Niño-Effekt verantwortliche ozeanisch-atmosphärische Oszillation *ENSO* äußert sich einerseits in den unterschiedlichen Oberflächenwassertemperaturen entlang des Äquators (140 Grad E bis 100 Grad W), andererseits in den Luftdruckunterschieden über der Wasseroberfläche in dem selben räumlichen Bereich. So wird als gebräuchlichste Größe für die Untersuchung der Südpazifischen Oszillation der *Southern Oscillation Index (SOI)* verwendet /21/ (Abbildung 3.2). Er ist definiert als die normierte Druckdifferenz zwischen *Tahiti* (Französisch Polynesien) und *Darwin* (Australien). Positive SOI-Werte bedeuten höhere Druckunterschiede und viel stärkere westwärts gerichtete Winde als normal und sind somit ein Indikator für La Niña. El Niño wird durch extre-

me negative SOI-Werte (viel schwächere westwärts gerichtete Winde als normal) charakterisiert. Für die Untersuchungen in dieser Arbeit wird ein Datensatz mit SOI-Werten von 1876 bis 1998 (123 Jahre, 1476 Werte) vom *Commonwealth Bureau of Meteorology, Australia* verwendet /33/.

Die Variabilität des Dipols im tropischen Atlantik (*Tropical Atlantic Dipole, TAD*) läßt sich gut mit einem Dipol-Index (*TADI*) beschreiben (Abbildung 3.2). Dieser Index wird aus der normierten Differenz der monatsmittelwertreduzierten Oberflächenwassertemperaturen der Gebiete zwischen 20° W bis 35° W und 10° N bis 25° N und 10° W bis 5° E und 5° S bis 20° S berechnet (Abbildung 3.1). Die Auswahl des Gebietes erfolgte einerseits in Anlehnung an die Modellrechnungen von CHANG /7/ und andererseits anhand der Verfügbarkeit von Daten. In diesem Gebiet sind seit 1856 die Daten durchgängig (wenn auch nicht mit vollständiger räumlicher Abdeckung) vorhanden. Die dafür benötigten Werte der Oberflächenwassertemperaturen werden vom *Climate Server* der *National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA)* bezogen /35/. Der Datensatz beginnt im Januar 1856 und endet im Dezember 1994 (138 Jahre) und ist in monatlicher Auflösung vorhanden, was 1668 Datenpunkten entspricht. Bis zum Anfang des 20. Jahrhunderts ist die räumliche Abdeckung der Gebiete mit Daten nur gering, weshalb in diesem Zeitabschnitt starke Fluktuationen in der Index-Zeitreihe auftreten. Der langfristige Trend läßt sich aber bereits hier erkennen. Der TADI antikorreliert mit dem SOI /9/.

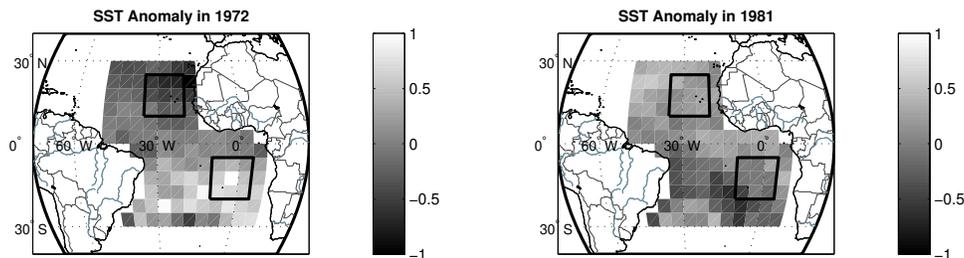


Abbildung 3.1: Anomalien der Oberflächenwassertemperaturen im tropischen Atlantik und Gebiete für die TADI-Berechnung (Daten aus dem COADS /35/).

Die Daten der Oberflächenwassertemperaturen (und deren Anomalien) stammen ursprünglich aus einer Zusammenstellung des *United Kingdom Meteorological Office* und des *Comprehensive Oceanic and Atmospheric Data Set* und wurden vom *The National Climatic Data Center* der NOAA im Jahre 1995 aufbereitet.

3.1.3 Paläoklimadaten

Für das Santa-Maria-Becken liegen Daten aus gewarvten Seesedimenten vor, deren Intensität der Rotfärbung ein Maß für die Niederschlagsintensität im östlichen Bereich des Beckens ist. Die Mächtigkeit der Warven wird wesentlich durch den

3.1 Herkunft der Daten

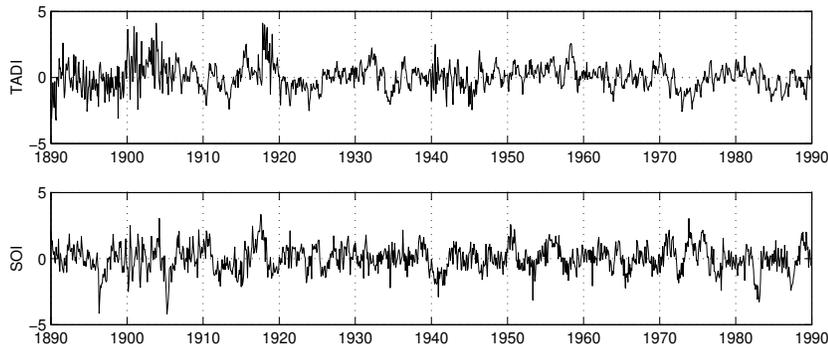


Abbildung 3.2: Zeitreihen des Southern Oscillation Index und Tropical Atlantic Dipole Index /33, 35/.

Sedimenteintrag aus dem gesamten Einzugsgebiet der Flüsse des Beckens bestimmt, wodurch sich in der Mächtigkeit verschiedene Niederschlagsverhalten in räumlich sehr unterschiedlichen Gebieten widerspiegeln können. In dieser Untersuchung interessiert aber nur der Niederschlag in der Umgebung der Bergstürze bei El Paso, weshalb allein die Intensität der Rotfärbung als Niederschlagszeitreihe verwendet wird.

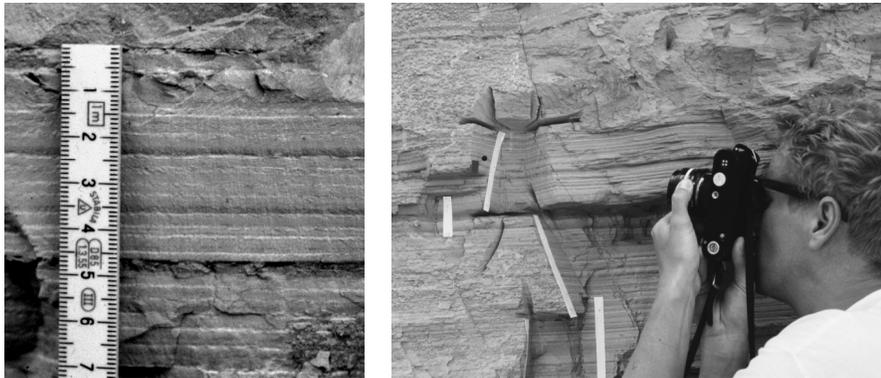


Abbildung 3.3: Abschnitt des Warvenprofils im Aufschluß von El Paso und photographische Datengewinnung.

Aus einem Aufschluß bei *El Paso* wurden zwei etwa 30 000 Jahre alte Warvenprofile (*EP245* und *EP160*) photographisch aufgenommen, die einen zeitlichen Umfang von etwa 250 bzw. 150 Jahren darstellen (Abbildung 3.3). Diese Profile werden digitalisiert und die Rotintensitätskurven bestimmt. Die stärkste Rötung entspricht dabei dem Wert 255, die schwächste dem Wert null.

Deutlich erkennbare, dünne Kieselalgenschichten erlauben das Festlegen des Jahresanfanges (Frühling) und damit der Definition einer Zeitachse, wobei der Abstand zweier Kieselalgenschichten nicht unbedingt genau einem Kalenderjahr

entsprechen muß (ökologisches Jahr, Variationen im Jahreszeitenwechsel). Da mit der unterschiedlichen Niederschlagsintensität auch unterschiedliche Transport- und Sedimentationsprozesse verbunden sind, ist die Mächtigkeit einer Warve zeitlich nicht konstant. Für die zeitliche Zuordnung der Farbintensitätskurven ist eine variable Transformation der Längenchse auf äquidistante Stützstellen nötig (vgl. Abb. 3.5 und 3.6).

Die Warvendaten aus dem Santa-Maria-Becken sind originale Daten und wurden bisher in keiner Weise auf zeitliche Strukturen/ Dynamik analysiert. Genauso wenig gibt es Untersuchungen der Zusammenhänge zwischen den Niederschlagsereignissen in NW-Argentinien und den klimatischen Oszillatoren im Pazifik und Atlantik.

Da es sich einerseits um fossile Daten (Warven) und andererseits um rezente¹ Daten (Niederschläge) handelt, lassen sich die Warvendaten nicht mit den aktuellen Niederschlagsdaten kalibrieren. Aus heutiger Zeit gibt es keine Warvendaten, da es für die Warvenbildung keine geeigneten Sedimentationsräume in diesem Gebiet mehr gibt.

3.2 Datenvorbereitung

3.2.1 Rezente Klimadaten

Durch die saisonal extremen Schwankungen im Niederschlag (Regen- und Trockenzeit) weisen die Niederschlagsdaten einen dominanten Jahreszyklus auf. Da diese saisonale Dynamik nicht unter dem Einfluß der ENSO und des TAD liegt, muß dieser Jahreszyklus entfernt werden. Dabei werden zwei verschiedene Ansätze verfolgt.

Monatsmittelwertreduktion: Von den Niederschlagszeitreihen u_i der Länge N wird die Verteilung, wie sich die Niederschläge auf die einzelnen Monate verteilen, bestimmt. Damit ergibt sich für jeden Monat des Jahres ein langfristiger Monatsmittelwert M_j , der von der Zeitreihe beim entsprechenden Monat abgezogen wird.

$$\tilde{u}_{12(i-1)+j} = u_{12(i-1)+j} - M_j, \quad i = 1 \dots \frac{N}{12}, \quad j = 1 \dots 12 \quad (3.1)$$

Die Berechnung des SOI und TADI beruht ohnehin schon auf solch einer Monatsmittelwertreduktion, so daß diese beiden Zeitreihen bei diesem Ansatz nicht weiter transformiert werden müssen.

¹rezent: heutig, gegenwärtig

Glättung: Die Jahresperiode wird mit einem Tiefpass-Filter beseitigt. Dafür wird ein Butterworth-Filter 7. Ordnung mit einer Abschneide-Frequenz $\omega_c = 12/18$ (in Jahresskala) verwendet. Diese Parameter gewährleisten eine ausreichende Dämpfung der Jahresperiode und aller kürzeren Perioden. Geglättet werden sowohl die Niederschlags- als auch die SOI-/ TADI-Zeitreihen.

Bei beiden Filterverfahren werden anschließend die Zeitreihen mittelwertbereinigt – sofern Mittelwert noch vorhanden – und die Standardabweichung auf eins normiert (daher ist die Einheit der Werte σ).

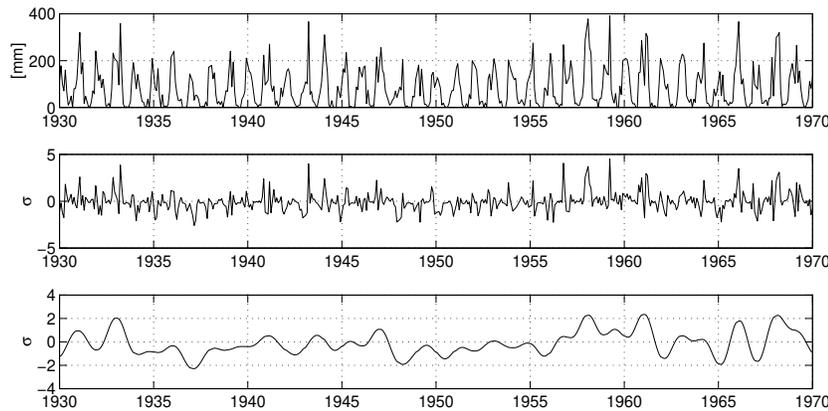


Abbildung 3.4: Ausschnitt aus der originalen (oben), der mittelwertreduzierten (mitte) und der geglätteten Zeitreihe (unten) der Niederschläge der Station Tucuman.

3.2.2 Paläoklimadaten

Die digitalisierte Rotintensitätskurve u_i aus dem Profil von El Paso hat zunächst eine Längen- statt einer Zeitachse (Abbildung 3.5). Mit Hilfe der weißen Kieselalgenschichten soll diese Warven-Zeitreihe auf eine Zeitachse mit äquidistanten Stützstellen transformiert werden. Da anzunehmen ist, daß die Sedimentationsrate nach einem Regenereignis nicht linear mit der Zeit abnimmt sondern eher exponentiell, wird der „Dateninhalt“ einer Warve mit einer logarithmischen Interpolation auf die Zeit transformiert. Für diesen Zweck wird die Ausgangszeitreihe u_i mit einem Markiervektor verglichen, der Markierungen an den Stellen enthält, wo Kieselalgenschichten auftreten. Zwischen zwei Markierungen wird die Transformation

$$\tilde{u}_{\log i} = u_i$$

durchgeführt, wodurch ein Jahr zwölf äquidistante Stützstellen erhält, um sie mit den rezenten monatlichen Wetterdaten vergleichen zu können. Innerhalb der Warve werden fehlende Werte logarithmisch auf die Monatsstützstellen interpoliert (Abbildung 3.6).

Anschließend werden die Daten für den ersten Ansatz monatsmittelwertreduziert, für den zweiten mit einem Butterworth-Filter geglättet, wobei gleiche Parameter wie bei den Niederschlagsdaten verwendet werden. In beiden Fällen werden sie mittelwertbereinigt und die Standardabweichung auf eins normiert.

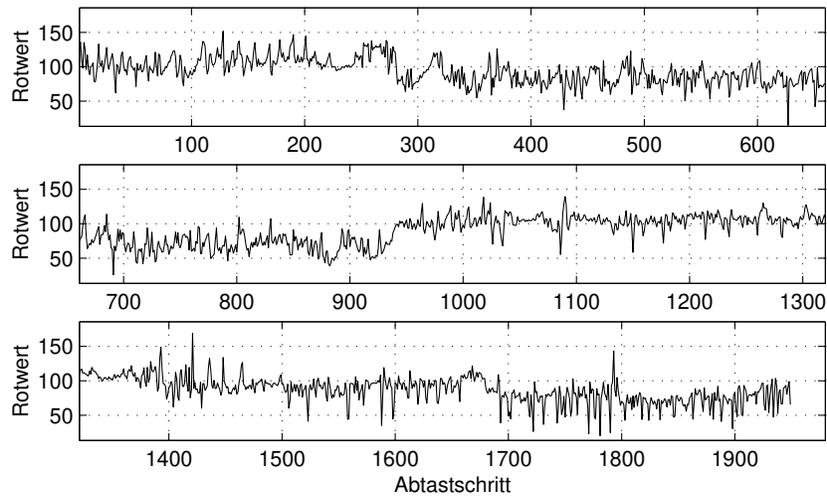


Abbildung 3.5: Originale Rotwert-Zeitreihe der Warven von El Paso (Profil EP245) mit Längenchse.

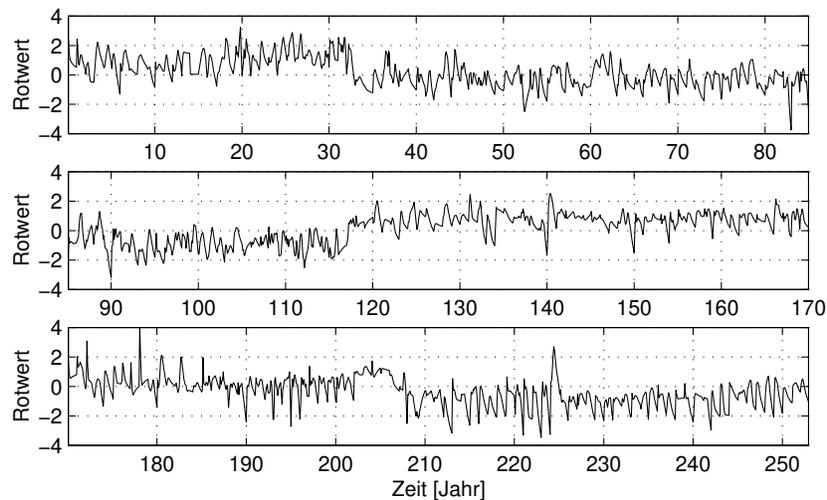


Abbildung 3.6: Rotwert-Zeitreihe der Warven von El Paso (Profil EP245) mit äquidistanten Stützstellen und Zeitachse (Mittelwert und Standardabweichung normiert).

Kapitel 4

Methodik

4.1 Motivation der verwendeten Methoden

Klimazeitreihen weisen ein starkes instationäres Verhalten auf (z. B. Eiszeiten, Treibhauseffekt, Gewinnung von Daten aus Sedimenten). Die Einwirkungen des Klimas auf die Niederschläge und damit auf die Sedimentation erfolgen in der Regel über kompliziertere Mechanismen und sind keineswegs linear. Eine Korrelationsanalyse zwischen den Zeitreihen ist daher nicht ausreichend. Ein alternativer Zugang zur Analyse von Beziehungen und Abhängigkeiten in der Dynamik verschiedener Zeitreihen ist die Betrachtung deren Phasenraumverhaltens. Wenn ein Einfluß des Klimas auf die Niederschläge vor 30 000 Jahren vorhanden war, müßte die Warvenstruktur ein Abbild der klimatischen Bedingungen enthalten. Dieser Einfluß kann sich durch Ähnlichkeiten deren Phasenraumtrajektorien (Rekonstruktion des Phasenraumes von Rotintensität und Klimaindex) zeigen. Daher ist der Vergleich von lokalen Eigenschaften im Phasenraum sinnvoll. Eine Methode, die lokale Eigenschaften im Phasenraum untersucht, ist die Methode der *Recurrence Plots* in Verbindung mit einer quantitativen Analyse der geometrischen Strukturen des Recurrence Plots (*Recurrence Quantification Analysis/RQA*). Eine Korrelationsanalyse zwischen den daraus bestimmten RQA-Maßen verschiedener Zeitreihen erlaubt Aussagen über Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten. Bei einer Korrelation zwischen diesen Maßen läßt sich im Gegensatz zur geläufigen Korrelationsanalyse *nicht* auf die *Art der Korrelation* der Zeitreihen an sich schließen. Zwei vollständig antikorrelierte Zeitreihen weisen nämlich das selbe Phasenraumverhalten auf, dessen RQA-Maße demzufolge positiv korreliert ist.

Recurrence Plots haben den Vorteil, daß man mit ihnen Aussagen aus sehr kurzen und sehr instationären Zeitreihen gewinnen kann. Besonders der letzte Punkt ist für die Warvenzeitreihe von Bedeutung, da während der photographischen Datengewinnung keine einheitliche Beleuchtung des Warvenprofils gewährleistet werden konnte und die Zeitreihe daher einige Sprünge und abschnittsweise verschiedene Trends aufweist.

Da die Korrelationsanalyse zwischen dem Phasenraumverhalten verschiedener Zeitreihen keine Aussagen über die Art der Korrelation der Zustände zulassen, wird nach einer Abwandlung der Methode gesucht, die diese Aussagen treffen kann, aber gleichzeitig mit den Vorteilen der Methode der Recurrence Plots vereint. Die Methode der *Cross Recurrence Plots* und deren quantitative Analyse kommt genau dieser Anforderung nach. Sie geht als Erweiterung der Methode der Recurrence Plots aus der Untersuchung und Entwicklung der Methode hervor.

4.2 Der Phasenraum

Nach dem Einbettungstheorem von TAKENS /26/ läßt sich durch geeignete Wahl von *Einbettungsdimension* m und *Zeitverzögerung* τ aus nur einer Zustandsvariablen $u(t)$ eines Systems ein abstrakter Raum konstruieren, der dieselben topologischen Eigenschaften besitzt, wie der originale Zustandsraum, der aus allen an der Dynamik beteiligten Zustandsvariablen besteht. Zur Konstruktion des abstrakten Raumes werden sogenannte Zeitverzögerungsvektoren gebildet:

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_i = (u_i, u_{i+\tau}, \dots, u_{i+(m-1)\tau}), \quad t = i \Delta t. \quad (4.1)$$

Dabei ist Δt der zeitliche Abstand zwischen den einzelnen Abtastschritten. Die Wahl der Einbettungsparameter m und τ läßt sich durch die Berechnung der *Anzahl falscher Nachbarn* in Abhängigkeit der Dimension und der *Autokorrelationsfunktion* bzw. der *Transinformation* treffen (siehe dazu unter Abschnitt 4.3). Diese Methode der *Rekonstruktion des Phasenraumes* ist in der nichtlinearen Zeitreihenanalyse der Ausgangspunkt für viele weitere Untersuchungen.

Die zeitliche Entwicklung des Zustandsvektors $\vec{x}(t)$ ist die Phasenraumtrajektorie (Teil eines *Attraktors*). Die Form des Attraktors kann einen ersten Aufschluß über das System geben (Fixpunkt, Grenzzyklus, Rauschen, Chaos). Seine Eigenschaften lassen sich aber auch quantitativ fassen. Häufig werden dafür *LYAPUNOV-Exponenten* und *Dimensionen* (Korrelationsdimension, Kapazität) berechnet. Mit diesen Größen lassen sich prinzipiell deterministische und chaotische Systeme unterscheiden. Eine allgemeine Einführung zu diesen Größen findet man u. a. in /2/ oder /15/.

Der LYAPUNOV-Exponent ist ein Maß für das exponentielle Auseinanderlaufen zweier Phasenraumtrajektorien \vec{x}_i und \vec{x}'_i . Für den eindimensionalen, diskreten Fall¹ ($x_{i+1} = f(x_i)$, $x'_0 = x_0 + \varepsilon$) ist der LYAPUNOV-Exponent λ wie folgt definiert:

$$|f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)| = \varepsilon e^{n\lambda}, \quad (4.2)$$

¹Im mehrdimensionalen Fall treten entsprechend der Dimension mehrere LYAPUNOV-Exponenten auf. Mit $\dot{x} = f(x)$ läßt sich der LYAPUNOV-Exponent auch für kontinuierliche Systeme definieren.

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{n} \ln \frac{|f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)|}{|\varepsilon|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln |f'(x_i)|. \quad (4.3)$$

Ein negativer LYAPUNOV-Exponent bedeutet, daß eine Störung des Systems im Mittel exponentiell abnimmt, ein verschwindender Exponent bedeutet, daß die Störung im Mittel erhalten bleibt, und ein positiver Exponent heißt, daß die Störung im Mittel exponentiell immer größer wird (z. B. bei chaotischen Systemen).

Eine weitere Größe ist die Korrelationsdimension D_K . Sie berechnet sich aus der Korrelationssumme:

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i \neq j} \Theta(\varepsilon - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|). \quad (4.4)$$

ε ist ein vorgegebener Maximalabstand, Θ ist die HEAVISIDE-Funktion und N die Anzahl der Phasenraumvektoren. Anschaulich ist die Korrelationssumme die Wahrscheinlichkeit, daß ein beliebiger Zustand \vec{x}_i irgendwann wiederkehrt. Die Korrelationsdimension D_K definiert sich aus dem Skalierungsverhalten von $C(\varepsilon)$ in Abhängigkeit von dem Abstand ε :

$$C(\varepsilon) \sim \varepsilon^{D_K}. \quad (4.5)$$

Eine gebrochene Dimension gibt einen Hinweis darauf, daß es sich um ein chaotisches System handeln könnte.

4.3 Bestimmung der Einbettungsparameter

Um in der Rekonstruktion des Phasenraumes die topologischen Eigenschaften des zugrundeliegenden dynamischen Systems zu erhalten, müssen die Einbettungsparameter geeignet gewählt werden.

Die Einbettungsdimension läßt sich durch die Methode der *Anzahl der falschen Nachbarn* (*False Nearest Neighbours/FNN*), bestimmen [15]. Die Idee dieser Methode ist, daß aufgrund zu niedriger Dimension Phasenraumpunkte in die Nachbarschaft irgendeines Phasenraumpunktes projiziert werden, obwohl sie nicht benachbart sind (Abbildung 4.1). Zur Bestimmung der Einbettungsdimension werden bei niedriger Dimension in einer Kugel um einen Phasenraumpunkt die nächsten Nachbarn bestimmt; anschließend zählt man, wieviele von diesen Nachbarn nicht mehr Nachbarn sind, wenn man die Dimension erhöht. Diesen Test macht man mit möglichst vielen Punkten auf dem Attraktor. Die Anzahl der falschen Nachbarn (oder deren Rate an der Gesamtzahl Nachbarn) geht mit steigender Dimension gegen null. Die Dimension, bei der diese Anzahl verschwindet, wird als Einbettungsdimension genutzt.

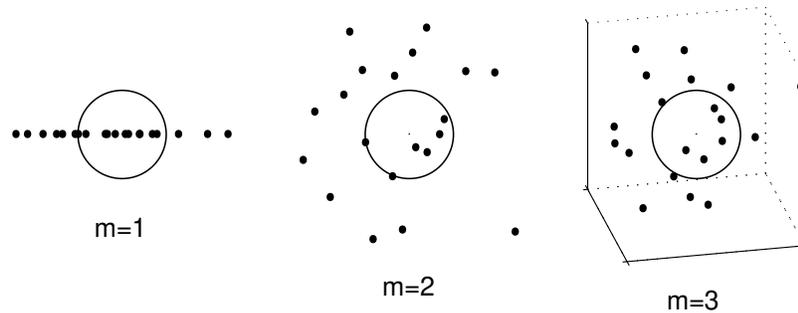


Abbildung 4.1: Anzahl der Nachbarn in Abhängigkeit der Dimension m . Mit sinkender Dimension werden immer mehr Phasenraumpunkte in die Nachbarschaft eines Zustandes projiziert, obwohl sie keine Nachbarn sind. Umgekehrt fallen bei steigender Dimension alle die Phasenraumpunkte aus der Nachbarschaft heraus, die falsche Nachbarn sind. Bei Erreichen der Dimension des Attraktors gibt es keine falschen Nachbarn mehr und die Anzahl der Nachbarn bleibt gleich.

Zufällige Fehler in den Daten, Ungenauigkeiten oder beschränkte Stellenzahl führen dazu, daß direkt aufeinanderfolgende Werte in Zeitreihen nahezu gleich sind, d. h. daß sie fast linear abhängig sind. Daher muß eine Zeitverzögerung τ eingeführt werden, die groß genug ist, diese trivialen Korrelationen zu umgehen. Zu groß darf die Zeitverzögerung aber auch nicht sein, da sonst zwischen den aufeinanderfolgenden Werten kein kausaler Zusammenhang mehr besteht und die Struktur des Attraktors verlorengeht. Eine Möglichkeit, das τ geeignet zu bestimmen, ist die Betrachtung der *Autokorrelationsfunktion (ACF)*. Die Zeitverzögerung, bei dem der erste Nulldurchgang bzw. das Minimum der Autokorrelationsfunktion eintritt, gewährleistet, daß aufeinanderfolgende Werte nicht mehr voneinander trivial abhängen /2/.

Eine andere Möglichkeit besteht in der Bestimmung der *Transinformation I (Mutual Information/MI)*. Dabei werden die Wahrscheinlichkeiten $p_{\varphi, \psi}$ betrachtet, mit denen nach einem bestimmten Wert $x_i = \varphi$ nach einer Verschiebung um τ der Wert $x_{i+\tau} = \psi$ auftritt. Die aus diesen Übergangswahrscheinlichkeiten bestimmte Entropie

$$I(\tau) = - \sum_{\varphi, \psi} p_{\varphi, \psi}(\tau) \ln \frac{p_{\varphi, \psi}(\tau)}{p_{\varphi} p_{\psi}} \quad (4.6)$$

ist die durchschnittliche Information über den Zustand zu einem um τ verschobenen Zeitpunkt, die man aus der Kenntnis des jetzigen Zustandes gewinnen kann /15/. Dabei ist p_{φ} die Wahrscheinlichkeit, mit der der Zustand φ auftritt. In dieser Arbeit wird der natürliche Logarithmus verwendet. Als optimale Zeitverzögerung wird dasjenige τ verwendet, bei dem die Transinformation ihr erstes Minimum hat. Die Transinformation läßt sich auch zwischen zwei verschiedenen

Zeitreihen bestimmen. Daher wird in dieser Arbeit die Bezeichnung *Autotransformation* verwendet, um zu betonen, daß damit die Transformation innerhalb einer Zeitreihe gemeint ist.

4.4 Der Recurrence Plot

4.4.1 Konstruktion

Der mit der Korrelationssumme (4.4) eingeführte Test, der prüft, ob zwei beliebige Zustandsvektoren \vec{x}_i und \vec{x}_j innerhalb eines vorgegeben Radius ε sind, läßt sich dahingehend weiterentwickeln, daß diese Korrelation visuell für jede Paarung i, j dargestellt wird und man einen qualitativen Eindruck vom lokalen Verhalten der Phasenraumtrajektorie bekommt. Für diese Darstellung erhält man also eine symmetrische $N \times N$ -Matrix \mathbf{R} , die *Recurrence Plot*² genannt wird:

$$\mathbf{R}_{i,j} = \Theta(\varepsilon - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|), \quad i, j = 1 \dots N. \quad (4.7)$$

Diese Darstellung wurde 1987 von ECKMANN eingeführt /8/. Hierbei ist N die Anzahl der Phasenraumvektoren, Θ ist die HEAVISIDE-Funktion und ε ist ein Grenzabstand, bis zu dem zwei verschiedene Phasenraumpunkte als benachbart betrachtet werden. Sind zwei Phasenraumpunkte benachbart, d. h. $\mathbf{R}_{i,j} = 1$, dann nennt man diesen Punkt in der $N \times N$ -Matrix *Rekurrenzpunkt*. Rekurrenzpunkte werden im Recurrence Plot gewöhnlich schwarz kodiert. Wenn zwei Phasenraumtrajektorien mit voranschreitender Zeit benachbart sind, dann sind die zugehörigen Rekurrenzpunkte in einer *Diagonallinie* angeordnet. Durch eine Vergrößerung des ε nimmt die Anzahl der Rekurrenzpunkte und die Längen der Diagonallinien zu.

Der Abstand zwischen den Phasenraumvektoren wird euklidisch bestimmt, es kann aber auch eine andere Vektornorm verwendet werden (z. B. Maximumabstand). Für den Radius ε wird gewöhnlich 10% des maximalen Phasenraumdurchmessers ϕ_{max} verwendet /16, 25/. Wenn in der Zeitreihe einige Ausreißer enthalten sind, kann man mit diesem Ansatz Werte für ε erhalten, die nicht mehr sinnvoll sind. Die Werte sollten in der Größenordnung der Standardabweichung liegen. ECKMANN legte ursprünglich ε so fest, daß genau 10 nahe Nachbarn in den Radius fallen. Damit ergibt sich ein asymmetrischer Recurrence Plot, und der Rechenaufwand ist wegen der Suche nach den nächsten Nachbarn relativ hoch (zumindest wenn man nicht den Maximumabstand als Vektornorm verwendet). In neueren Veröffentlichungen schlägt man vor, statt einer Kugel mit dem Radius ε eine Kugelschale $\varepsilon_{min} < \varepsilon < \varepsilon_{max}$ zu verwenden /13/.

In dieser Arbeit wird das optimale ε auf anderem Wege bestimmt, da für eine Statistik über Strukturen im Recurrence Plot gerade dieser Wert nachvollziehbar

²recurrence: Wiederkehr

und plausibel sein muß. Auf der einen Seite soll ε so groß sein, daß möglichst viele Diagonallinien auftreten, auf der anderen Seite soll ε so klein sein, daß die Verteilung der Längen der Diagonalelemente schmal bleibt, d. h. daß nur wenig sehr kurze Diagonalelemente vorkommen und ε noch nicht so groß ist, daß bereits ausgedehnte Bereiche des Recurrence Plots geschwärzt sind. Dieser Forderung läßt sich durch die Untersuchung der ε -Abhängigkeit zweier Größen, die aus den Längen der Diagonallinien im Recurrence Plot bestimmt werden – dem Determinismus DET und der Entropie der Diagonallängen $ENTR$ (Definition siehe Abschnitt 4.5) – nachkommen. Dabei wird zur weiteren Konstruktion des Recurrence Plots dasjenige ε verwendet, bei dem das Verhältnis $\frac{DET}{ENTR}$ maximal wird (vgl. auch Anhang B.1.2).

Statt der Darstellung der Wiederkehr der Zustände in der $N \times N$ -Matrix durch null und eins (*lokaler Recurrence Plot*) kann man auch den Abstand zwischen den Zustandsvektoren in einer $N \times N$ -Matrix darstellen (*globaler Recurrence Plot*) /13/:

$$\mathbf{R}_{i,j} = \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|, \quad i, j = 1 \dots N. \quad (4.8)$$

Dabei repräsentiert sich der Abstand zwischen den Zustandsvektoren mit verschiedenen Farben oder Graustufen. Eine andere Möglichkeit, einen Hinweis auf die lokale zeitliche Entwicklung des Abstandes zwischen zwei Phasenraumpunkten zu bekommen, bietet sich, indem man dem lokalen Recurrence Plot mit einer zweiten Farbe (z. B. Hellgrau) einen zweiten Recurrence Plot für einen Schwellwert 2ε unterlegt (die Recurrence Plots der Zeitreihen im Anhang A auf Seite A.3 sind von dieser Art). In dieser Arbeit wird nur mit den lokalen Recurrence Plots gearbeitet.

Von KOEBBE wurde 1992 eine etwas andere Darstellung des Recurrence Plots eingeführt, in welcher auf der Abszisse nur die Zeit in positiver Zeitrichtung vom betrachteten Phasenraumpunkt i dargestellt wird /16/. Die Hauptdiagonale wird so zu einer horizontalen Linie entlang der x -Achse. Diese Darstellung unterscheidet sich von der anderen, geläufigeren Darstellung nur durch die Verzerrung in y -Richtung und eine für alle Phasenraumpunkte gleiche Anzahl von Tests in positiver Zeitrichtung. Damit wird aber immer eine Zeitreihe beschnitten, was besonders für sehr kurze Zeitreihen sehr nachteilig ist. Der große Vorteil ist aber der für alle getesteten Punkte gleichweite „Blick in die Zukunft“.

Als Beispiel für einen lokalen und globalen Recurrence Plot ist in Abbildung 4.2 das LORENZ-System angeführt:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= s(y(t) - x(t)), \\ \dot{y}(t) &= -x(t)z(t) + rx(t) - y(t), \\ \dot{z}(t) &= x(t)y(t) - bz(t). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Integriert wurde mit RUNGE-KUTTA-Integration 4. Ordnung und einem Zeitschritt von 0.0185; $r = 28$, $b = 4$ und $s = 10$. Im lokalen Recurrence Plot er-

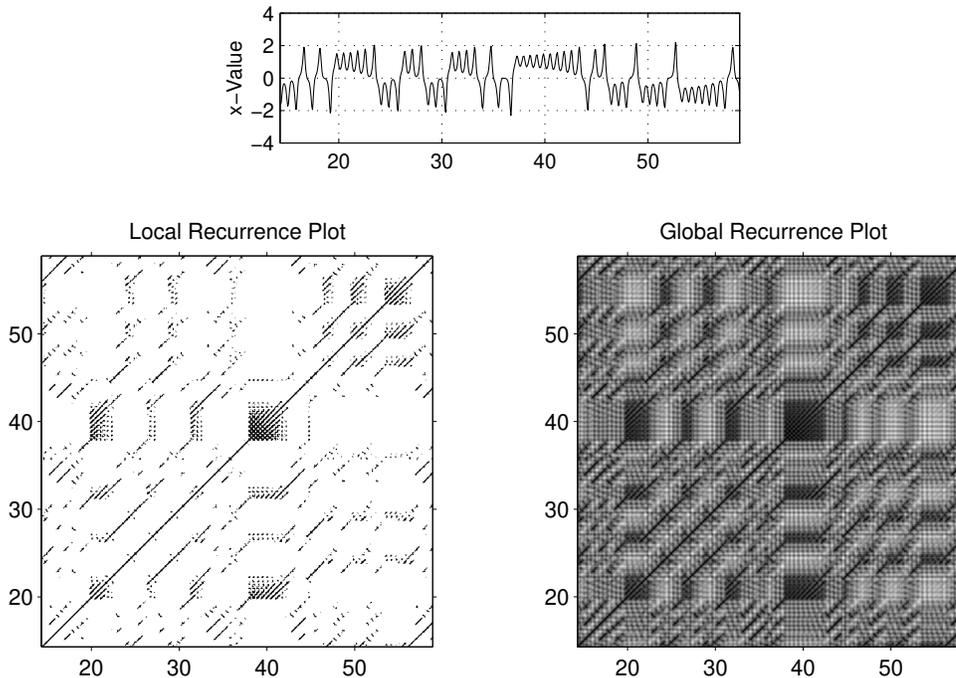


Abbildung 4.2: Lokaler und globaler Recurrence Plot der x -Komponente des LORENZ-Systems (LORENZ-Parameter: $r = 28$, $b = 4$, $s = 10$; Einbettung: $m = 4$, $\tau = 0.48$, $\varepsilon = 1\sigma$; Achsen sind Zeitachsen).

kennt man die Wiederkehr von Zuständen zu bestimmten Zeiten durch schwarze Punkte. Zu verschiedenen Zeiten treten Diagonallinien auf. Dort verlaufen zwei Phasenraumtrajektorien eng benachbart. Im globalen Recurrence Plot tritt eine Substruktur auf, die im lokalen Recurrence Plot nicht vorhanden ist. In ihr wird das Auseinander- und Zusammenlaufen der Trajektorien wiedergespiegelt.

4.4.2 Beobachtung

Ein Recurrence Plot vermittelt einerseits einen großflächigen, globalen Gesamteindruck (*Typologie*) mit drei charakteristischen Verhaltensmustern (Abbildung 4.3): *homogen* (stationäre Dynamik), *periodisch* (periodische Dynamik), *Drift* (in-stationäre Dynamik). Andererseits enthält er aber auch viele kleinere geometrische Strukturen (*Textur*), wie *Diagonal-* und *Vertikallinien* sowie *Cluster* [8/].

Diagonallinien der Länge l bedeuten, daß Phasenraumtrajektorien über diese Anzahl von Zeitschritten eng benachbart verlaufen (im Rahmen der durch den Abschneideradius ε vorgegebenen Ungenauigkeit). Vertikallinien (und Horizontallinien) der Länge lv bedeuten, daß ein System über eine Anzahl von v Zeitschritten in einem bestimmten Zustand verbleibt (Verweildauer des Systems in diesem Zustand). Bei Clustern treten Diagonal- und Vertikallinien gemeinsam

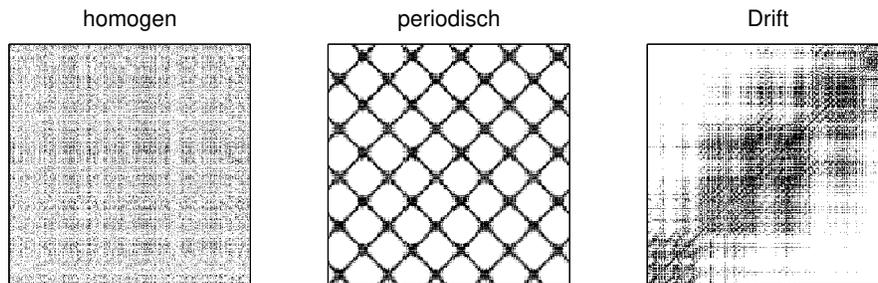


Abbildung 4.3: Globales Verhalten von Recurrence Plots.

auf. Das System verhält sich zu verschiedenen Zeiten abschnittsweise sehr ähnlich. Zusätzlich können ausgedehnte Leerräume – zeilen- und spaltenweise Lücken – auftreten. Sie sind ein Zeichen für Zustände, die nur sehr selten (in kurzen Zeitreihen vielleicht nur einmal) auftreten. Über die Diagonal- und Vertikallinien läßt sich ein Recurrence Plot quantitativ beschreiben und eine Statistik führen. Dies führt zur *quantitativen Analyse von Recurrence Plots (Recurrence Quantification Analysis, RQA)*.

4.5 Quantitative Analyse von Recurrence Plots

Seit dem erstmaligen Erscheinen der Recurrence Plots in der Literatur im Jahre 1987 (ECKMANN) gab es bis Anfang der Neunziger Jahre keine wesentlichen Entwicklungen und Veröffentlichungen mehr zu dieser Methode. ZBILUT und WEBBER führten 1992 erstmals eine Statistik über die Rekurrenzpunkte und die Diagonalelemente ein [31]. In den folgenden Jahren entwickelten sie die Methode der *Recurrence Quantification Analysis (RQA)*, indem sie fünf Größen einführten, die das Verhalten der Trajektorien im Phasenraum im Gegensatz zur rein visuellen Methode der Recurrence Plots quantitativ bewerten lassen [30].

Diese Größen können für die komplette Zeitreihe bestimmt werden. Damit läßt sich aber noch keine Aussage über die zeitliche Entwicklung in der Zeitreihe treffen. Daher schiebt man Fenster mit der Seitenlänge w über den Recurrence Plot entlang der identischen Diagonalen und bestimmt in diesen Fenstern diese Maße. Dabei liegt der betrachtete Zeitpunkt im Mittelpunkt von solch einem Fenster, d. h. von dem Zeitpunkt aus werden Vergangenheit und Zukunft zu gleichen Teilen betrachtet. Der Wahl der Fensterlänge w wird in der Literatur leider nur wenig Beachtung geschenkt. Eine vorbereitende Untersuchung des Einflusses der Fensterlänge ist aber unbedingt nötig, da eine zu große Länge über zu große Ausschnitte des Recurrence Plots mittelt und damit wichtige lokale Eigenschaften verlorengelassen können. Auf der anderen Seite erlauben zu kleine Fenster nur die Betrachtung von kurzen Zeitentwicklungen der Phasenraumtrajektorie (Anhang

B.1.3).

Der Einfluß des Schwellwertes ε auf die Analyseergebnisse der RQA ist nicht zu unterschätzen. Im Gegensatz zu der rein visuellen – nur qualitativen – Methode der Recurrence Plots, bei der sich das grobe, äußere Erscheinungsbild des Phasenraumverhaltens kaum mit ε ändert, kann sich bei der RQA dessen Einfluß störend bemerkbar machen. Vor allem wenn es um den Vergleich mehrerer Phasenraumentwicklungen verschiedener Zeitreihen geht, wird das zu Problemen führen (Anhang B.1.2).

4.5.1 Rekurrenzrate (RR)

Vom gesamten Recurrence Plot mit der Seitenlänge N wird die Anzahl der wiederkehrenden Zustände (also der Rekurrenzpunkte) gezählt und mit der Anzahl der möglichen Zustände $N \cdot N$ normiert. Damit erhält man die Rekurrenzrate RR

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \mathbf{R}_{i,j} = \frac{1}{N^2} \sum_{l=1}^N l P(l). \quad (4.10)$$

Sie ist ein Maß für die Häufigkeit eines Zustandes im betrachteten Zeitraum. Dieses Maß entspricht fast der Korrelationssumme $C(\varepsilon)$ (4.4). Es unterscheidet sich von ihr lediglich dadurch, daß für die Bestimmung von RR $i = j$ zugelassen ist. Hier wurden zusätzlich Diagonalelemente und deren Verteilung³ $P(l)$ nach deren Länge l

$$P(l) = \sum_{i,j} \left(\prod_{k=0}^{l-1} \mathbf{R}_{i+k,j+k} (1 - \mathbf{R}_{i-1,j-1}) (1 - \mathbf{R}_{i+l,j+l}) \right) \quad (4.11)$$

eingeführt. Die Summe der Diagonalelemente entspricht der Summe der Rekurrenzpunkte. Im Unterschied zu den unten definierten anderen Größen, bei denen Diagonallinien erst ab einer Mindestlänge l_{min} gezählt werden, müssen hier auch die kurzen Diagonalelemente betrachtet werden (einzelne Punkte entsprechen Diagonalelementen mit der Länge eins).

4.5.2 Determinismus (DET)

Der Determinismus DET ist der Anteil der Rekurrenzpunkte an den auftretenden Diagonallinien:

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{min}}^{l_{max}} l P(l)}{\sum_{l=1}^{l_{max}} l P(l)}. \quad (4.12)$$

³Diagonallinien werden nur einmal gezählt, d. h. eine Diagonallinie der Länge vier wird *nicht* gleichzeitig als Diagonallinie der Länge eins, der Länge zwei und der Länge drei registriert, wie das verschiedene Autoren vorschlagen (z. B. /10/).

Als Diagonallinie werden die Diagonalelemente ab einer vorgegebenen Länge l_{min} bezeichnet. Dieses Maß korreliert mit dem Grade der Determiniertheit der Zeitreihe. Die Hauptdiagonale und auch meist der Bereich unmittelbar neben der Hauptdiagonalen sind trivial deterministisch und werden bei der Bestimmung von DET weggelassen. Das wird durch Verwendung einer maximalen Länge l_{max} , bis zu der aufsummiert wird, realisiert⁴.

4.5.3 Mittlere und Längste Diagonale (L und $1/L_{max}$)

Die mittlere Länge L der Diagonalelemente,

$$L = \frac{\sum_{l=l_{min}}^{l_{max}} l P(l)}{\sum_{l=l_{min}}^{l_{max}} P(l)}. \quad (4.13)$$

d. h. die mittlere Zeitdauer, in welcher Trajektorien parallel bzw. eng benachbart verlaufen, läßt sich als mittlere Vorhersagezeit interpretieren.

Das Inverse der Länge der längsten Diagonalen im Recurrence Plot λ_{max} korreliert mit dem maximalen LYAPUNOV-Exponenten $\lambda_{max} \sim \frac{1}{l_{max}}$, ist ihm aber nicht identisch, da bei der Berechnung aus dem Recurrence Plot nur der qualitative Zusammenhang zwischen Trajektorien (sind sie benachbart oder nicht) betrachtet wird und nicht der quantitative (zeitliche Entwicklung des Abstandes zwischen den Trajektorien).

4.5.4 Shannon-Entropie (ENTR)

Aus der Verteilung der Längen der Diagonallinien $P(l)$ läßt sich die SHANNON-Entropie berechnen:

$$ENTR = - \sum_{l=l_{min}}^{l_{max}} p(l) \ln p(l) \quad \text{mit} \quad p(l) = \frac{P(l)}{\sum_{l=l_{min}}^{l_{max}} P(l)}. \quad (4.14)$$

Sie ist ein Maß für die Unterschiedlichkeit von auftretenden Diagonallängen. Tritt nur eine bestimmte Diagonallänge sehr häufig auf, ist die Entropie gering, treten dagegen alle möglichen Längen auf, ist die Entropie groß.

4.5.5 Trend (TREND)

Der Trend ist ein linearer Regressionskoeffizient in der zeitlichen Entwicklung der diagonal angeordneten Rekurrenzpunkte weg von der identischen Rekurrenzdiagonalen und damit ein Maß über die Stationarität der Zeitreihe (starker Anstieg

⁴Eine ausreichende Schätzung ist $l_{max} \approx N - \tau$, wobei N die Anzahl der Phasenraumvektoren bzw. die Größe des Recurrence Plots ist.

gleich schwache Stationarität). Man kann die Größe auch als „Aufhellen“ des Recurrence Plots von der Hauptdiagonalen zu den Ecken bezeichnen. Die Berechnung von *TREND* wird durch die Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt:

$$TREND = \frac{\sum_{i=1}^N (i - N/2)(\Omega_i - \langle \Omega_i \rangle)}{\sum_{i=1}^N (i - N/2)^2} \quad (4.15)$$

mit

$$\Omega_i = \frac{1}{N - i + 1} \sum_{j=1}^{N-i+1} \mathbf{R}_{(i-1)+j,j} \quad \text{mit } i = 1 \dots N \quad (4.16)$$

als Rekurrenzdicke der i -ten Diagonalen (gezählt ab Hauptdiagonale, $i = 1$):

4.5.6 Mittlere Verweildauer (MVD)

Die Länge einer vertikalen Struktur im Recurrence Plot entspricht der Zeitdauer, in der *ein* bestimmter Zustand auftreten kann. Aus der Verteilung $P(v)$ der Längen der Vertikallinien

$$P(v) = \sum_{i,j} \left(\prod_{k=0}^{v-1} \mathbf{R}_{i,j+k} (1 - \mathbf{R}_{i,j-1}) (1 - \mathbf{R}_{i,j-v}) \right) \quad (4.17)$$

läßt sich eine mittlere Verweildauer *MVD* berechnen:

$$MVD = \frac{\sum_{v=v_{min}}^N v P(v)}{\sum_{v=v_{min}}^N P(v)}. \quad (4.18)$$

Dabei werden (analog zu *DET*) nur Vertikallinien ab einer Mindestlänge v_{min} betrachtet. Die Normierung erfolgt aber auf die Summe aller Vertikallinien, um die Häufigkeit der langen Vertikallängen zu berücksichtigen. Diese Größe gehört nicht zu der von *ZBILUT* und *WEBBER* begründeten *RQA*, sondern wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt. Eine Anwendung dieser Größe auf die logistische Abbildung ist im Anhang B.2.2 enthalten.

Für das Beispiel des *LORENZ*-Systems (Ausschnitt wie in Abbildung 4.2) ergeben sich mit den Parametern $m = 4$, $\tau = 0.48$ und $\varepsilon = 1\sigma$ eine Rekurrenzrate von 23 %, ein Determinismus von 90 %, eine mittlere Diagonallänge von 0.4, eine Entropie von 3.3, einen Trend von -0.69 und eine Mittlere Verweildauer von 0.2. Der Determinismus ist für die geringe Rekurrenzrate relativ hoch und bleibt auch bei stärkerer Variation von ε nahezu gleich (vgl. Abbildung B.6 im Anhang B.1.2), was auf ein deterministisches System schließen läßt.

Die *RQA*-Größen lassen sich momentan noch nicht als Absolutgrößen interpretieren, in dem Sinne, daß z. B. ein Determinismus von 80 % bedeutet, das System unterliege einer Dynamik mit 80 % deterministischem Anteil. Dazu sind

noch einige grundlegende Arbeiten zum besseren Verständnis der Abhängigkeiten der RQA-Größen von Parametern und den Systemen selbst nötig. Dagegen lassen sich diese Größen sehr gut als relative Größen im Vergleich zu bekannten deterministischen oder stochastischen Systemen verwenden oder als relative Größen zum Vergleich verschiedener Systeme, wie es hier in dieser Arbeit versucht wird.

4.6 Korrelationsanalyse der Phasenraumverhalten

Die Hauptidee der verwendeten Methode besteht darin, das Phasenraumverhalten der verschiedenen Zeitreihen zu vergleichen. Die RQA-Analyse untersucht verschiedene Eigenschaften im Phasenraum, die auf der zeitlichen Wiederkehr bzw. Verweildauer von Zuständen oder Zustandsfolgen basieren, wie mittlere Vorhersagezeiten (inverser LYAPUNOV-Exponent) oder Determinismus. Die zeitabhängigen RQA-Größen der einzelnen Zeitreihen werden mit einer Korrelationsanalyse miteinander verglichen, um quantitative Aussagen über die Ähnlichkeit der verschiedenen Phasenräume zu erhalten. Der Korrelationskoeffizient

$$\rho_{RR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(RR_{1,i} - \langle RR_1 \rangle)(RR_{2,i} - \langle RR_2 \rangle)}{\sigma_{RR_1} \sigma_{RR_2}} \quad (4.19)$$

wird aus von jeder RQA-Größe berechnet (in Gleichung (4.19) muß RR dann durch DET , L , $ENTR$, $TREND$ und MVD ersetzt werden). Dabei bedeuten die Indizes 1 und 2 die Zugehörigkeit des Maßes zur ersten oder zweiten Zeitreihe, σ_{RR_1} ist die Standardabweichung von RR der ersten Zeitreihe, $\langle RR_1 \rangle$ ist der Mittelwert von RR der ersten Zeitreihe und N ist der zeitliche Umfang der RR .

Ähnlichkeit ist gegeben, wenn alle RQA-Größen der einen Zeitreihe mit denen der anderen Zeitreihe korrelieren. Zur Korrelationsanalyse werden die RQA-Werte auf GAUSSverteilung transformiert. Der Vergleich mit den Warvenzeitreihen erfolgt abschnittsweise, um in diesen 30 000 Jahre alten Zeitreihen die Bereiche zu finden, die ein ähnliches Phasenraumverhalten wie das heutige Klima aufweisen.

Zur Illustration werden in Abbildung 4.4 und Tabelle 4.1 die Ähnlichkeit der Phasenraumverhalten der x -Komponente des LORENZ-Systems (4.9) und seiner Vorzeichenfunktion dargestellt. Die RQA-Kurven der beiden Zeitreihen zeigen ein ähnliches Verhalten über der Zeit. Besonders deutlich wird das durch die beiden Größen RR und $TREND$. Die Korrelationsanalyse zwischen den RQA-Größen bestätigt quantitativ den visuellen Eindruck der hohen Korrelation. Man erhält hier aber keine Aussage über die Art der Korrelation. Wenn man die Vorzeichenfunktion mit entgegengesetztem Vorzeichen einbettet und deren RQA-Größen bestimmt, erhält man die selben Werte wie mit der originalen Vorzeichenfunktion.

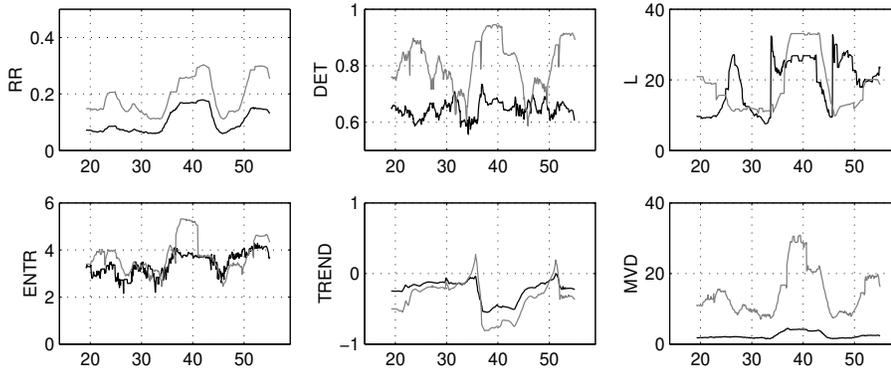


Abbildung 4.4: RQA-Größen der x -Komponente des LORENZ-Systems (schwarze Kurve) und seiner Vorzeichenfunktion (graue Kurve); Einbettung: $m = 4$, $\tau = 0.48$, $\varepsilon = 2.5\sigma$.

Tabelle 4.1: Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen der x -Komponente des LORENZ-Systems und dessen Vorzeichenfunktion.

RR	0.90	$ENTR$	0.48
DET	0.10	$TREND$	0.91
L	0.11	MVD	0.85

4.7 Der Cross Recurrence Plot

Der *Cross Recurrence Plot*⁵

$$\mathbf{CR}_{i,j} = \Theta(\varepsilon - \|\vec{x}_i - \vec{y}_j\|), \quad i, j = 1 \dots N \quad (4.20)$$

unterscheidet sich von den o. g. Recurrence Plots dadurch, daß zwei Zeitreihen $u(t)$ und $v(t)$ der Länge N' in *einem* Phasenraum (mit Dimension m und Lag τ) eingebettet werden, und der Abstand zwischen ihren beiden Phasenraumvektoren \vec{x}_i und \vec{y}_j ($i, j \in [1, N]$, mit $N = N' - (m - 1)\tau$) untersucht wird. Eine erste Arbeit über dieses Testverfahren ist 1998 von ZBILUT et al. veröffentlicht worden /32/, in der sie diese Methode anwenden, um deterministische Signale in stark verrauschten Zeitreihen aufzufinden. Eine quantitative Analyse von Cross Recurrence Plots ist noch nicht veröffentlicht worden.

Für den Fall einer starken positiven Korrelation ergibt sich eine mehr oder weniger durchgezogene Diagonale. Verzögerungen zwischen den beiden Zeitreihen äußern sich in einer Abweichung der durchgezogenen Diagonallinie von der Hauptdiagonalen. Wenn periodische Prozesse vorliegen, treten durchgezogene Diagona-

⁵Eigentlich ist die Bezeichnung *Cross Recurrence Plot* nicht ganz richtig, da ja keine Wiederkehr von Zuständen untersucht wird.

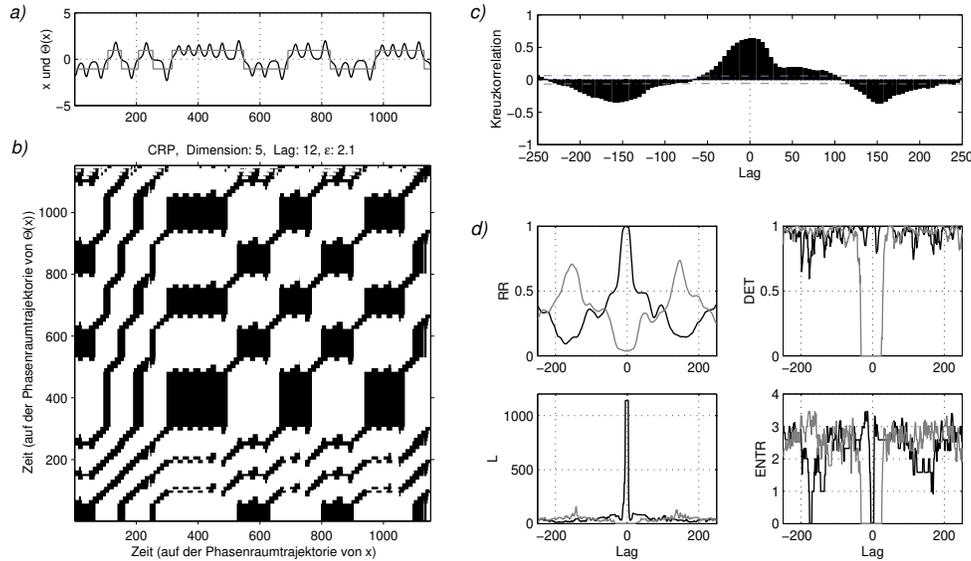


Abbildung 4.5: Cross Recurrence Plot zwischen der x -Komponente des LORENZ-Systems und dessen Vorzeichenfunktion sowie Kreuzkorrelation und RQA (Einbettung: $m = 5$, $\tau = 12$, $\varepsilon = 2.1 \sigma$; als Mindestlänge der Diagonallinien wurde $l_{min} = 7$ verwendet; alle Werte die eine Zeiteinheit haben müssen noch mit $\Delta t = 0.0689$ multipliziert werden, wenn das Beispiel mit den anderen Beispielen von Seite 33 oder 39 verglichen werden soll). Erläuterung siehe Text.

len in den entsprechenden Abständen wiederholt auf. Bei einer starken Antikorrelation treten in einem breiten Band entlang der Hauptdiagonalen fast keine Recurrence-Punkte auf. Ober- und unterhalb des Bandes (was einer bestimmten Verzögerung entspricht, z. B. bei periodischen Prozessen eine halbe Periode) treten dagegen Diagonallinien auf. Diese sind ungefähr symmetrisch zur Hauptdiagonalen angeordnet.

Die Bestimmung der Längen der Diagonalelemente erlaubt die quantitative Beurteilung der Ähnlichkeit zwischen den Phasenraumverhalten (läßt sich als Wahrscheinlichkeit einer Korrelation interpretieren). Es lassen sich wieder die RQA-Maße berechnen, wobei in dieser Arbeit der Schwerpunkt auf Rekurrenzrate RR , Determinismus DET , mittlere Diagonallänge L und Entropie $ENTR$ gelegt wird. Diese Größen werden in einem Band ober- und unterhalb der Hauptdiagonalen (inklusive der Hauptdiagonalen) als Funktion des Abstandes von der Hauptdiagonalen bestimmt. Das erlaubt Aussagen über Verzögerungen zwischen den Systemen. Um auch Antikorrelation zu betrachten, wird die zweite Zeitreihe mit anderem Vorzeichen versehen und die Analyse wiederholt. Um die entsprechenden RQA-Größen auseinanderzuhalten, werden $+$ und $-$ als Indizes für die entsprechende Art der Korrelation verwendet (z. B. RR_+ für die Rekurrenzrate bei Korrelation und RR_- für die Rekurrenzrate bei Antikorrelation).

Eine höhere Wahrscheinlichkeit von Korrelation (entspricht auch stärkerer Korrelation) liegt vor, wo RR_+ , DET_+ und L_+ ein Maxima haben. Wenn nur

RR_+ ein Maxima hat, die anderen beiden Größen dort aber nicht, dann liegt keine Korrelation vor. Wenn RR_- , DET_- und L_- (Test auf Antikorrelation) zusätzlich dort ein Minimum aufweisen, wo beim Test auf Korrelation diese Größen ein Maximum haben, ist die Wahrscheinlichkeit der Korrelation groß (bei Maxima und Minima umgekehrt hat man natürlich Antikorrelation). Es kann vorkommen, daß beim Test auf Korrelation und beim Test auf Antikorrelation an der gleichen Stelle Maxima auftreten, was bei einem gleichzeitigen positiven *und* negativen Einfluß des ersten Systems auf das zweite auftreten kann. Ist bei großen RR , DET und L die $ENTR$ gering, so deutet das darauf hin, daß die beiden Phasenraumtrajektorien über längere Zeitabschnitte sehr gut korrelieren. Ist die $ENTR$ dagegen groß, korrelieren die Phasenraumtrajektorien nur über kürzere und vor allem verschieden lange Zeitabschnitte.

In Abbildung 4.5 ist beispielhaft ein Cross Recurrence Plot und dessen quantitative Analyse zwischen der x -Komponente des LORENZ-Systems (siehe Gleichung (4.9)) und dessen Vorzeichenfunktion $\Theta(x)$ dargestellt. In (a) sind die x -Komponente (schwarz) und dessen Vorzeichenfunktion (grau) gezeichnet. Der Cross Recurrence Plot (b) ist von den in (a) gezeigten Zeitreihen berechnet; für die Antikorrelation wird ein zweiter Cross Recurrence Plot berechnet. In (b) ist eine durchgezogene Hauptdiagonale zu erkennen. Das bedeutet, daß das Phasenraumverhalten beider Zeitreihen sehr ähnlich ist. Die langen Diagonalen ober- und unterhalb der Hauptdiagonalen bedeuten, daß auch nach Verschiebung der beiden Zeitreihen gegeneinander um ein Lag (Abstand der Diagonalen von der Hauptdiagonalen) sehr große Ähnlichkeit zwischen den Phasenraumtrajektorien besteht. Die Cluster treten zu den Zeiten auf, wo beide Zeitreihen über längere Zeit in einem gleichen Zustand verweilen. Die Kreuzkorrelation (c) zeigt eine hohe Korrelation zwischen den Zeitreihen sowie Antikorrelation bei einem Lag von etwa 150 Zeitschritten. Diese Korrelationen spiegeln sich auch in den RQA-Maßen (d) wider. Ein Maximum von RR , DET und L sowie ein Minimum von $ENTR$ bei einem Lag von null für die normal eingebetteten Zeitreihen (schwarze Kurven) zeigen die Korrelation. Ein Maximum von RR und L bei einem Lag von 150 für die Analyse bei Verwendung der negativ eingebetteten zweiten Zeitreihe (graue Kurven) zeigen die geringe Antikorrelation bei diesem Lag. Weitere Beispiele zur Anwendung der Cross Recurrence Plots zum Auffinden von Ähnlichkeiten zwischen der Dynamik verschiedener Zeitreihen sind im Anhang B.3.

4.8 Test der Ergebnisse auf Signifikanz

Die Resultate aus der Korrelationsanalyse und der Cross Recurrence Analyse werden unter Verwendung von stochastischen Ersatzdaten auf ihre Signifikanz untersucht. Dies geschieht zum einen über das Überprüfen der durch die Ersatzdaten gebildeten Verteilungen, ob die zu prüfenden Resultate in dieser Verteilung enthalten sind, zum anderen über einen zwei- bzw. einseitigen t -Test, wenn die Verteilungen normalverteilt sind [15]. Als Ersatzdaten werden autoregressive

Prozesse der Ordnung p (AR-Prozesse)

$$x_i = \sum_{k=1}^p a_k x_{i-k} + \sigma_\xi \xi_i \quad \text{mit } \xi \in \text{WN}(1, 0) \quad (4.21)$$

rekonstruiert, deren AR-Koeffizienten den Zeitreihen angepaßt werden. Dies geschieht über ein lineares Regressionsmodell, bei dem die Koeffizienten nach dem Kleinstquadratesatz bestimmt werden:

$$\sum_{i=p+1}^N \left(x_i - \sum_{k=1}^p a_k x_{i-k} \right)^2 \stackrel{!}{=} \text{minimal} \quad (4.22)$$

Die Standardabweichung des Rauschterms ist dann

$$\sigma_\xi = \frac{1}{N - (p + 1)} \sum_{i=p+1}^N \left(x_i - \sum_{k=1}^p a_k x_{i-k} \right) \quad (4.23)$$

Die Ersatzdaten werden dann genauso transformiert bzw. geglättet, wie die Zeitreihen vorbehandelt wurden. Das Vorgehen bei diesen Tests sei hier beispielhaft an der Korrelationsanalyse dargestellt. Für den Test der Ergebnisse aus den Cross Recurrence Plots wird analog verfahren, mit dem Unterschied, daß ein einseitiger Test ausreicht, weil bei Korrelation der Daten die RQA-Werte nur größer werden können.

Der Korrelationskoeffizient ϱ der Ausgangszeitreihe soll getestet werden. Von N Ersatzdatenreihen, die diesen Zeitreihen angepaßt sein müssen, werden die Korrelationen zwischen ihren RQA-Größen und denen der anderen Zeitreihe berechnet. Daraus ergibt sich eine Verteilung von Korrelationskoeffizienten ϱ'_i mit Standardabweichung σ (mit $\nu = N - 1$ Freiheitsgraden). Mit dem t -Test /22/

$$t = \frac{\langle \varrho' \rangle - \varrho}{\sigma} \quad (4.24)$$

wird die Nullhypothese

„Der berechnete Korrelationskoeffizient ϱ weicht nicht von den Korrelationskoeffizienten von stochastischen Systemen $\langle \varrho' \rangle$ ab.“

geprüft ($H_0: \varrho = \langle \varrho' \rangle$). Die Alternativhypothese lautet, daß die Korrelationskoeffizienten verschieden sind ($H_A: \varrho \neq \langle \varrho' \rangle$). Anhand der Signifikanzschranken $t_{\nu; \alpha}^{\text{zweiseitig}}$ für die t -Verteilung wird die Nullhypothese getestet. Wenn für 500 Ersatzdaten der Länge 1000 die Korrelationen berechnet werden und als Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 10\%$ verwendet wird, beträgt die Signifikanzschranke $t_{999; 0.10}^{\text{zweiseitig}} = 1.646$. Die Nullhypothese muß zurückgezogen werden, wenn $|t| > t_{\nu; \alpha}$. Damit wäre der Einfluß durch einen nichtzufälligen Prozeß statistisch mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10% signifikant. Die o. g. Nullhypothese

kann auch durch Betrachtung der Verteilung der Korrelationskoeffizienten geprüft werden. Dazu müssen die α' -Quantile und $(1 - \alpha')$ -Quantile der Verteilung bestimmt werden. Da es sich um einen zweiseitigen Test handelt, sind für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 10\%$ die 5%- und 95%-Quantile $Q_{0.05}$ und $Q_{0.95}$ bestimmt werden. Fällt der zu prüfende Korrelationskoeffizient ϱ in das Intervall zwischen den 5%- und 95%-Quantilen $Q_{0.05} < \varrho < Q_{0.95}$ dann kann die Nullhypothese nicht zurückgezogen werden und der Korrelationskoeffizient ist statistisch mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10% nicht signifikant. Ist ϱ außerhalb des Intervalles, dann muß die Nullhypothese zurückgezogen werden und die Korrelation ist statistisch mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10% signifikant.

4.9 Programmtechnische Realisierung

Für die Berechnung und visuelle Darstellung der Zeitreihen und der o. g. Größen wird das Programmpaket MATLAB 5.3 verwendet. Häufig verwendete Routinen sind als Script programmiert, rechenintensive Routinen sind in Fortran realisiert, welche über die MEX-Schnittstelle von MATLAB verwendet werden (Anhang C).

Kapitel 5

Analyse der Daten

Aus den bisherigen Erkenntnissen und Annahmen lassen sich folgende Hypothesen formulieren:

- Der Tropische Atlantische Dipol unterliegt teilweise einem Einfluß der El Niño/Southern Oscillation. Während eines El Niños wird der nördliche Teil des Tropischen Atlantischen Dipols wärmer, während eines La Niña-Ereignisses kühlt sich der nördliche Teil hingegen ab. Das äußert sich in einer Antikorrelation von SOI und TADI.
- Die Dynamik der Niederschläge unterliegt dem Einfluß der El Niño/Southern Oscillation. Dabei weisen geographisch verschieden gelegene Stationen unterschiedliche Reaktionen auf. Im Santa-Maria-Becken gibt es weniger Niederschlag während des Auftretens eines El Niños.
- Die Dynamik der Niederschläge unterliegt dem Einfluß des Tropischen Atlantischen Dipols. Im Santa-Maria-Becken gibt es mehr Niederschlag während des Auftretens eines Maximums des TADI.
- Die Rotfärbung in den Warven korreliert sehr stark mit den Niederschlägen und spiegelt die Dynamik eines Klimaeinflusses wider, die der heutigen El Niño/Southern Oscillation entspricht. Das Auftreten eines El Niños verursacht stärkeren Regen und damit eine kräftigere Rotfärbung der Sedimente.
- Die Niederschläge vor 30 000 Jahren und damit die Rotfärbung in den Warven unterliegen einem Einfluß des tropischen Atlantiks.

Um diese Hypothesen zu untersuchen, werden zwei Ansätze verfolgt. Zum einen werden von den Zeitreihen *Recurrence Plots* berechnet und miteinander verglichen. Der Vergleich erfolgt visuell sowie über eine Statistik geometrischer

Strukturen im Recurrence Plot (*Recurrence Quantification Analysis*). Zum anderen werden *Cross Recurrence Plots* berechnet und über die enthaltenen geometrischen Strukturen eine Statistik betrieben. Diesen Analysen werden vorbereitende Untersuchungen (Powerspektren, Kreuzkorrelationen und Bestimmung von Einbettungsparametern) vorangestellt, um einen Eindruck von den Daten zu bekommen bzw. die Grundlage für die folgende nichtlineare Zeitreihenanalyse zu schaffen.

5.1 Vorbereitende Untersuchungen

5.1.1 Charakteristika der Daten

In der Tabelle 5.1 sind einige charakteristische Größen der hauptsächlich verwendeten Niederschlagsstationen zusammengestellt (ungefilterte Daten).

Tabelle 5.1: Niederschlagswerte einiger Stationen (Werte in *mm*).

Station	Zeitraum	Mittel	Maximum	σ
Tucuman (4053)	1884–1990	81.0	392.0	83.9
Jujuy (1041)	1908–1987	70.5	436.0	83.4
Salta (2147)	1912–1991	60.4	363.0	75.4

In den Powerspektren (Abbildung 5.1, HANNING-Fenster der Länge 256) der ungefilterten Niederschlagszeitreihen findet man neben der dominierenden Periode von einem Jahr Perioden von 2.6, 4.6 und zwischen 8 und 12 Jahren. Die Warven zeigen Perioden von 2.3, 3.5 und etwa 6 Jahren. Längere Perioden sind vorhanden, werden aber bei dem verwendeten Fenster nicht aufgelöst und verschwinden in den starken Sprüngen der Zeitreihen. Der TAD hat Perioden von rund 13, 4 und 2.3 Jahren, die ENSO hat Perioden von etwa 7, 3.7 und 2.7 Jahren.

5.1.2 Kreuzkorrelationen

Aus der Kreuzkorrelation (Abbildung A.1 und A.2 im Anhang A) zwischen TADI und SOI wird deutlich, daß beide Zeitreihen (sowohl ungeglättet als auch geglättet) antikorreliert sind. Die Zeitverzögerung der kleinsten Korrelation liegt bei 4 bis 5 Monaten, in dem Sinne, daß der TADI dem SOI voranläuft. Die Antikorrelation und der Betrag der Zeitverzögerung entspricht dem momentanen Wissensstand, die Richtung der Zeitverzögerung dagegen nicht.

Die Kreuzkorrelationen zwischen den ungeglätteten (aber monatsmittelwertreduzierten) Zeitreihen der Niederschläge und denen des TADI und SOI zeigen keine bzw. nur geringe signifikante Korrelationen. Die Korrelationen der geglätteten

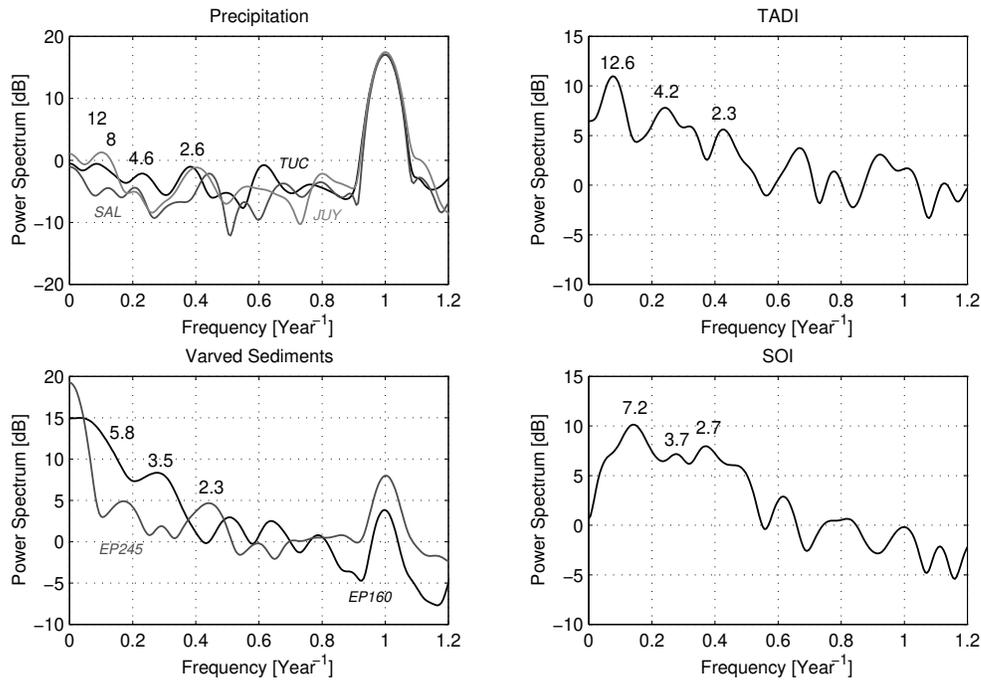


Abbildung 5.1: Powerspektren der Zeitreihen (ohne Glättung; HANNING-Fenster der Länge 256; logarithmische y -Achse).

Zeitreihen sind deutlicher. Bei einer Zeitverzögerung von etwa 5 bis 6 Monaten zeigt der Niederschlag der Station Tucuman positive Korrelation, der Niederschlag der Station Salta Antikorrelation und der Niederschlag der Station Jujuy keine Korrelation mit dem TADI. Der Niederschlag der Stationen Tucuman und Jujuy zeigt Antikorrelation mit dem SOI, der Niederschlag der Station Salta ist dagegen schwach positiv mit dem SOI korreliert.

5.1.3 Bestimmung der Parameter für die Konstruktion der Recurrence Plots und deren quantitativen Analyse

Für die Phasenraumeinbettung werden die günstigsten Parameter (Dimension m , Zeitverzögerung τ) mit Hilfe der Methode der *Falschen Nachbarn* und der *Autotransinformation (Auto Mutual Information)* bestimmt. Als Schwellwert ϵ für die Konstruktion der Recurrence Plots wird der Wert verwendet, bei dem $\frac{DET}{ENTR}$ maximal wird (siehe Abschnitt 4.5). Damit wird der Forderung nachgekommen, daß möglichst viele lange Diagonalelemente enthalten sind, gleichzeitig aber die Verteilung der Diagonallängen möglichst schmal bleibt (vgl. Untersuchungen zur Methode im Anhang B.1.2). Die Fensterlänge w für die RQA wird aus der Untersuchung der Abhängigkeit der RQA-Maße von w bestimmt. Als geeignete Fensterlänge wurden 150 Zeiteinheiten (Monate) gewählt (entspricht

etwa 12 Jahre). Im Anhang B.1.3 sind einige Erläuterungen über diese Art der Abhängigkeit angeführt.

Für die ungeglätteten (monatsmittelwertreduzierten) Zeitreihen ergeben sich Einbettungsdimensionen von vier bis sechs (Tabelle 5.2). Für den Schwellwert ε ist etwa das Doppelte der Standardabweichung optimal. Für alle geglätteten Zeitreihen ergibt sich eine Einbettungsdimension von drei, was ein Zeichen dafür ist, daß durch die Glättung Dimensionen reduziert werden. Der optimale Schwellwert ε entspricht ungefähr der Standardabweichung der Zeitreihen und ist damit geringer als bei den ungeglätteten Zeitreihen.

Tabelle 5.2: Ermittelte Parameter für die Phasenraumeinbettung und die Konstruktion der Recurrence Plots (*Tabelle a:* monatsmittelwertreduziert; *Tabelle b:* geglättet).

a)	m	τ	ε	b)	m	τ	ε
TADI	5	5	2.3	TADI	3	12	0.9
SOI	5	5	2.2	SOI	3	10	0.9
Tucuman	4	5	2.1	Tucuman	3	9	1.2
Jujuy	4	5	1.9	Jujuy	3	9	1.1
Salta	4	4	1.8	Salta	3	8	1.0
EP160	6	6	1.9	EP160	3	12	0.7
EP245	6	5	2.0	EP245	3	15	0.9

5.2 Recurrence Plots

Von den Zeitreihen werden mit den oben bestimmten Parametern Recurrence Plots konstruiert. Diese werden visuell charakterisiert (Tabelle A.1, Anhang A.3, Seite 90).

Die Recurrence Plots aller Zeitreihen weisen eine deutliche Strukturierung auf (Anhang A.3). Bei Zeitreihen mit dominierender Jahresperiode (Niederschläge) überwiegen die Diagonallinien im Abstand von einem Jahr. Sie weisen ein periodisches und homogenes Erscheinungsbild auf. Die ungefilterten Zeitreihen haben fast nur Diagonallinien im Abstand von einem Jahr (beispielhaft beschrieben unter Station Tucuman). Die Warven-, TADI- und SOI-Zeitreihen zeigen dagegen weniger Homogenität. In ihren Recurrence Plots treten vertikale und horizontale Lücken und aufgehellte Bereiche auf, die den Instationaritäten der Zeitreihen geschuldet sind. Trotzdem ist ein periodisches Verhalten in Form von Diagonalelementen zu erkennen. Die Recurrence Plots der geglätteten Zeitreihen enthalten Cluster und Diagonalelemente. Letztere sind deutlicher ausgebildet als in den Recurrence Plots der ungeglätteten Zeitreihen. Vertikale und horizontale Lücken

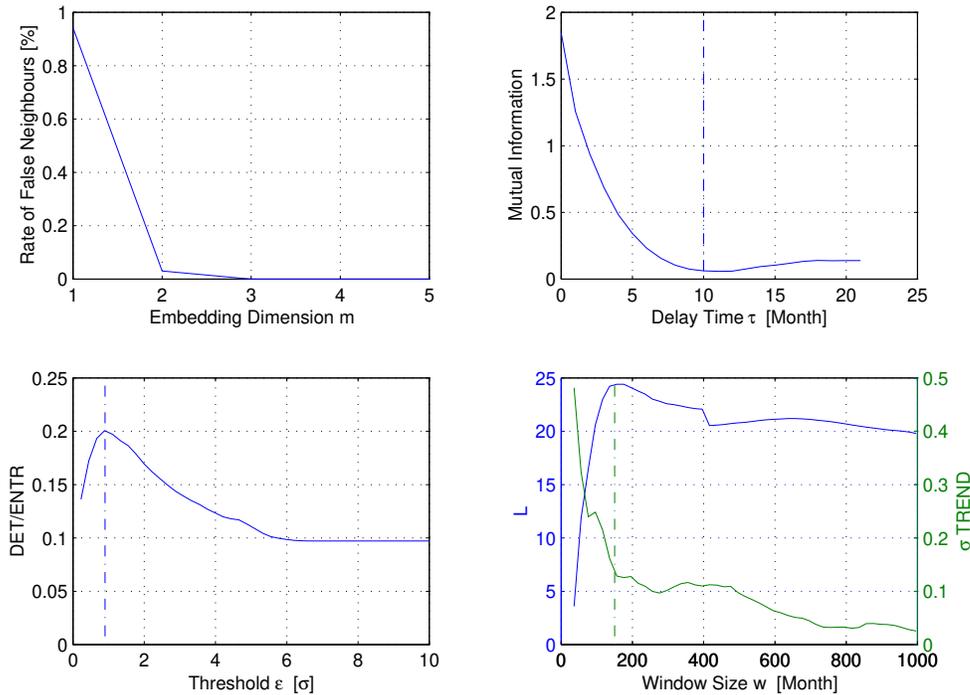


Abbildung 5.2: Bestimmung der günstigsten Einbettungs- und RQA-Parameter am Beispiel der geglätteten SOI-Zeitreihe. Einbettungsdimension, Dimension bei der die Rate der falschen Nachbarn verschwindet: $m = 3$; Verzögerungszeit, Zeitverzögerung bei der die Mutual Information vom abfallenden Kurvenast in ein konstantes Niveau übergeht: $\tau = 10$; Schwellwert ε , dasjenige ε bei dem der Quotient aus Determinismus und Entropie der Diagonallängen maximal ist: $\varepsilon = 0.9$; Fensterlänge w , dasjenige Fenster bei dem $L(w)$ und die Standardabweichung von $TREND$ ein Plateau erreichen: $w = 150$.

und aufgehellte Bereiche künden auch hier von instationärem Verhalten. Lücken geben einen Hinweis darauf, daß das System gerade in einem Zustand ist, der weit weg von „normalen“ Zuständen ist. So könnten Lücken in Recurrence Plots der Niederschläge mit El Niño-Ereignissen zusammenfallen. Zwischen den Lücken untereinander sowie zwischen den Lücken und den Ereignissen ist jedoch kein offensichtlicher Zusammenhang erkennbar (Abbildung 5.3). Für eine eingehendere Interpretation sei auf Kapitel 6 hingewiesen.

5.3 Vergleich der Phasenräume über die quantitative Analyse von Recurrence Plots

Mit Hilfe der Bestimmung von Rekurrenzpunkten, Diagonallinien und Vertikalstrukturen im Recurrence Plot werden diese quantitativ erfassbar. Die zeitliche Entwicklung von speziellen Maßzahlen gibt Auskunft über das Phasenraumverhalten und damit die Dynamik der den Zeitreihen zugrundeliegenden Prozesse.

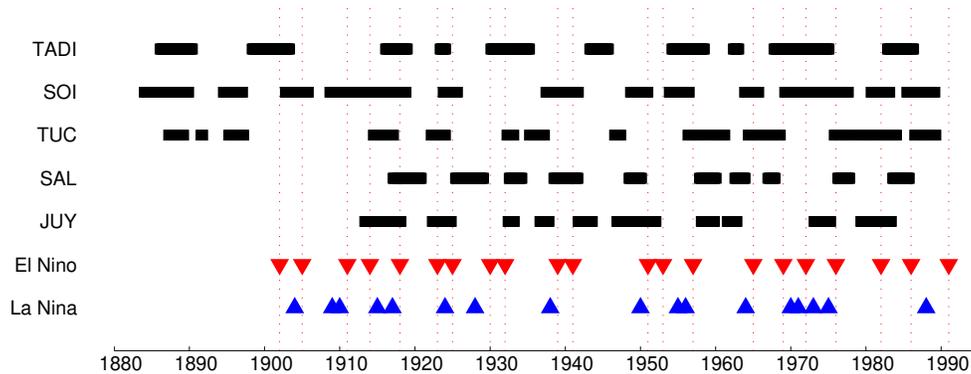


Abbildung 5.3: Lücken in den Recurrence Plots und zeitliches Auftreten von La Niña- und El Niño-Erscheinungen (La Niña- und El Niño-Jahre aus /34/).

Von zwei Zeitreihen werden diese zeitabhängigen Größen auf Korrelation untersucht, um Informationen über die Ähnlichkeit der Dynamik der betrachteten Prozesse zu erhalten. Im Anschluß wird ein Signifikanztest anhand von Ersatzdaten durchgeführt.

5.3.1 Quantitative Analyse der Recurrence Plots (RQA)

In den beiden folgenden Tabellen (5.3 und 5.4) sind Mittelwerte und Standardabweichungen der RQA-Größen für die ungeglätteten (mittelwertreduzierten) und geglätteten Zeitreihen aufgeführt. Die Mittelwerte und Standardabweichungen berechnen sich aus der Verteilung der RQA-Größen der gleitenden Fenster der Länge $w = 150$ über den Recurrence Plot. Für die Bestimmung der Verteilung der Längen der Diagonalelemente wurde eine untere Grenze von $l_{min} = 4$ Monaten (d. h. 4 Punkte im Recurrence Plot) verwendet, für die Verteilung der Längen der Vertikalstrukturen $v_{min} = 2$ Monate. Diese Längen haben sich als günstig herausgestellt. Bei zu kurzen Diagonalmindestlängen können stochastische Prozesse als deterministisch bestimmt werden. Zu lang dürfen die Diagonal- und Vertikalmindestlängen nicht sein, da sich sonst die mittleren Diagonal- und Vertikallängen bei stochastischen und deterministischen Systemen nicht unterscheiden bzw. die Anzahl der Diagonallinien sehr gering wird oder gar verschwindet.

Die Rekurrenzzraten RR der Zeitreihen betragen zwischen 30 und 40 % (ungeglättete Zeitreihen) bzw. zwischen 15 und 25 % (geglättete Zeitreihen). Der Determinismus DET der rezenten Klima-Zeitreihen beträgt reichliche 80 %. Die Warven haben geringere DET -Werte (5 bzw. 30 % niedriger bei ungeglätteten Daten; gering bzw. 20 % niedriger bei geglätteten Daten). Die mittlere Diagonallänge L , die man als mittlere Vorhersagezeit interpretieren könnte, beträgt für TADI und SOI etwa 25 Monate, für den Niederschlag etwa 15 bis 20 Monate. Die L -Werte sind bei den Warvendaten etwas niedriger. Der $TREND$ liefert eine Aussage über die Stationarität innerhalb eines Zeitfensters von 150

Tabelle 5.3: Mittelwerte und Standardabweichungen (in Klammern) der RQA-Größen der ungeglätteten Daten.

	<i>RR</i>	<i>DET</i>	<i>L</i>	<i>ENTR</i>	<i>TREND</i>	<i>MVD</i>
TADI	0.40 (0.17)	0.82 (0.14)	26.7 (9.6)	4.80 (0.64)	-0.34 (0.32)	6.49 (2.51)
SOI	0.31 (0.12)	0.81 (0.09)	22.3 (4.6)	4.72 (0.48)	-0.21 (0.17)	4.15 (0.45)
TUC	0.38 (0.06)	0.83 (0.06)	20.4 (4.3)	4.61 (0.37)	-0.06 (0.10)	3.70 (0.32)
SAL	0.32 (0.05)	0.79 (0.07)	15.2 (2.3)	3.89 (0.34)	-0.05 (0.08)	3.38 (0.23)
JUY	0.34 (0.05)	0.76 (0.07)	18.1 (2.7)	4.28 (0.31)	-0.06 (0.08)	3.31 (0.19)
EP160	0.43 (0.18)	0.70 (0.15)	12.6 (6.7)	3.42 (0.81)	-0.46 (0.34)	11.92 (6.29)
EP245	0.39 (0.18)	0.46 (0.20)	9.4 (4.2)	2.87 (0.78)	-0.23 (0.28)	7.10 (3.91)

Tabelle 5.4: Mittelwerte und Standardabweichungen (in Klammern) der RQA-Größen der geglätteten Daten.

	<i>RR</i>	<i>DET</i>	<i>L</i>	<i>ENTR</i>	<i>TREND</i>	<i>MVD</i>
TADI	0.18 (0.07)	0.84 (0.09)	24.2 (5.6)	3.49 (0.58)	-0.50 (0.23)	11.73 (4.50)
SOI	0.15 (0.09)	0.83 (0.08)	24.2 (6.7)	3.48 (0.60)	-0.33 (0.14)	9.20 (2.94)
TUC	0.22 (0.09)	0.82 (0.10)	20.8 (5.3)	3.81 (0.61)	-0.36 (0.21)	10.73 (3.78)
SAL	0.22 (0.10)	0.88 (0.07)	20.2 (4.6)	4.10 (0.57)	-0.31 (0.19)	11.37 (4.70)
JUY	0.20 (0.10)	0.85 (0.06)	20.8 (3.9)	3.83 (0.38)	-0.37 (0.19)	10.27 (2.27)
EP160	0.18 (0.11)	0.81 (0.11)	18.9 (5.7)	3.35 (0.52)	-0.37 (0.24)	6.24 (2.31)
EP245	0.25 (0.22)	0.66 (0.34)	17.9 (5.5)	2.81 (1.50)	-0.27 (0.31)	15.87 (7.50)

Monaten (etwa 12 Jahre) und bestätigt den visuellen Eindruck der Recurrence Plots. Die geringen (Absolut-)Werte für die ungeglätteten Niederschlagszeitreihen entsprechen dem relativ homogenen Erscheinungsbild der Recurrence Plots. Die hohen (Absolut-)Werte bei den Warven und bei TADI verkörpern die hohe Instationarität (verschiedene Beleuchtung bei der Warvendatengewinnung) bzw. die längerskalige Dynamik (auf Zeitskalen zwischen 4 und 12 Jahren). Für die geglätteten Zeitreihen zeigt *TREND*, daß es in allen Zeitreihen auf Zeitskalen zwischen 4 und 12 Jahren Veränderungen gibt (z. B. zyklische Zustandsänderungen). Bei den ungeglätteten SOI- und Niederschlagszeitreihen beträgt die *MVD* 3 bis 4 Monate, für die ungeglättete TADI-Zeitreihe 6.5 Monate. Im geglätteten Fall ist *MVD* für die Niederschläge etwa 10 bis 11, für SOI 9 und für TADI etwa 12 Monate. Der größere Wert bei TADI gegenüber SOI bedeutet, daß sich die Zustände in TADI langsamer ändern als in SOI. Die Werte von *MVD* für die Warven betragen für EP160 12 und für EP245 7 Monate im ungeglätteten Fall, im geglätteten dagegen 6 (EP160) und 16 Monate (EP245). Die Interpretation ist im Kapitel 6 zu finden.

5.3.2 Signifikanz der RQA

Um quantitative Aussagen über die Signifikanz der RQA-Größen zu erhalten, werden die ermittelten RQA-Größen der Zeitreihen mit Verteilungen der RQA-Größen von stochastischen Prozessen (weißes Rauschen und AR(3)-Prozeß), welche gleich den Zeitreihen transformiert werden, verglichen (Tabellen 5.5 und 5.6). Der zweiseitige t -Test prüft die Nullhypothese, daß die RQA-Werte der Originalzeitreihen gleich denen der stochastischen Zeitreihen sind. Die Signifikanzschranke für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % ist $t_{1199;0.10}^{zweiseitig} = 1.646$. Die Irrtumswahrscheinlichkeit wird so hoch gewählt, da sich die RQA-Werte bei geringer Änderung der Konstruktionsparameter für Recurrence Plots stark ändern können. Die Parameter des AR(3)-Prozesses wurden an die SOI-Zeitreihe mit den Parametern $a_1 = 0.490$, $a_2 = 0.144$, $a_3 = 0.095$ und $\sigma_\xi = 0.740$ angepaßt.

Tabelle 5.5: 5 %- und 95 %-Quantile, Mittel- und t -Wert (beim Test gegen SOI) der Verteilungen der RQA-Größen von jeweils 500 Ersatzdaten (Weißes Rauschen) der Länge 1200 (Tabelle a: mittelwertreduziert, $m = 5, \tau = 5, \varepsilon = 2.2$; Tabelle b: geglättet, $m = 3, \tau = 9, \varepsilon = 0.9$).

(a)	$Q_{0.05}$	$Q_{0.95}$	μ	$ t $	(b)	$Q_{0.05}$	$Q_{0.95}$	μ	$ t $
RR	0.21	0.23	0.22	11.45	RR	0.10	0.14	0.11	2.75
DET	0.54	0.61	0.58	11.37	DET	0.63	0.75	0.68	4.04
L	13.8	14.7	14.3	23.57	L	16.8	18.7	17.7	7.71
ENTR	3.76	3.99	3.88	12.36	ENTR	2.87	3.30	3.07	3.03
TREND	-0.08	-0.06	-0.07	17.36	TREND	-0.34	-0.24	-0.29	1.33
MVD	2.39	2.57	2.48	32.10	MVD	5.79	7.84	6.66	4.01

Tabelle 5.6: 5 %- und 95 %-Quantile, Mittel- und t -Wert (beim Test gegen SOI) der Verteilungen der RQA-Größen von jeweils 500 Ersatzdaten (AR(3)-Prozeß, angepaßt an SOI, AR-Koeffizienten siehe Abschnitt 5.3.3) der Länge 1200 (Tabelle a: mittelwertreduziert, $m = 5, \tau = 5, \varepsilon = 2.2$; Tabelle b: geglättet, $m = 3, \tau = 9, \varepsilon = 0.9$).

(a)	$Q_{0.05}$	$Q_{0.95}$	μ	$ t $	(b)	$Q_{0.05}$	$Q_{0.95}$	μ	$ t $
RR	0.23	0.29	0.26	3.30	RR	0.10	0.15	0.12	2.21
DET	0.69	0.78	0.74	2.77	DET	0.71	0.83	0.77	1.76
L	17.6	20.6	19.1	3.53	L	19.8	26.1	23.2	0.52
ENTR	4.24	4.54	4.39	3.55	ENTR	3.04	3.52	3.28	1.40
TREND	-0.25	-0.15	-0.20	0.44	TREND	-0.38	-0.26	-0.32	0.31
MVD	3.31	4.00	3.62	2.70	MVD	6.74	9.31	7.91	1.65

Der Test auf Signifikanz kommt zu dem Ergebnis, daß die RQA-Größen von SOI mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % signifikant verschieden von denen von weißem Rauschen sowie AR(3)-Prozessen sind. Die RQA-Werte der

geglätteten SOI-Zeitreihe fallen teilweise in die Verteilung der RQA-Werte des geglätteten AR(3)-Prozesses (L , $ENTR$ und $TREND$). Die Variable $TREND$ ist nur beim ungeglätteten weißen Rauschen signifikant verschieden (beträgt dort fast null). In den anderen Fällen äußert sich in dieser Größe die Instationarität auf Zeitskalen von 4 bis 12 Jahren, die durch die starke Glättung auch beim weißen Rauschen entsteht und in dem autoregressiven Prozeß gewolltermaßen enthalten ist. Weiterhin fällt auf, daß $ENTR$ der stochastischen Zeitreihen geringer ist als in SOI.

5.3.3 Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der rezenten Klimazeitreihen

Ungeglättete Daten

In den Tabellen 5.7 und 5.8 sind die Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen, die von den ungeglätteten, monatsmittelwertreduzierten Zeitreihen bestimmt wurden, aufgeführt. Zum Test der Signifikanz der Korrelationen werden Korrelationskoeffizienten aus den RQA-Größen von Ersatzdaten berechnet und dessen 5 bzw. 95 %-Quantile, der Mittel- und t -Wert bestimmt (Tabelle 5.9; vgl. auch Abschnitt 4.8). Der t -Wert gibt Auskunft darüber, ob die Nullhypothese, daß die Korrelation zwischen den Originaldatenreihen gleich ist der Korrelation zwischen den Ersatzdaten, zurückgezogen oder beibehalten werden muß. Dazu werden 500 einzelne Realisationen von AR(3)-Prozessen (Berechnung siehe Gleichung (4.21)) betrachtet. Zum einen werden die RQA-Größen von zwei AR-Prozessen berechnet, deren AR-Koeffizienten an die SOI- und die Salta-Zeitreihe angepaßt und die resultierende Ersatzdatenreihe monatsmittelwertreduziert werden, so daß die Korrelationen zwischen zwei stochastischen Prozessen untersucht wird (Tabelle 5.9 a). Zum anderen wird nur eine Zeitreihe (TADI) durch 500 AR(3)-Prozesse ersetzt und deren RQA-Größen mit denen der Niederschlagszeitreihe von Jujuy korreliert (Tabelle 5.9 b). Die Berechnung der RQA-Maße der Ersatzdaten erfolgt mit den selben Parametern wie für die originalen Zeitreihen. Als AR-Koeffizienten für TADI wird verwendet: $a_1 = 0.550$, $a_2 = 0.066$, $a_3 = 0.125$ und $\sigma_\xi = 0.747$, für SOI: $a_1 = 0.490$, $a_2 = 0.144$, $a_3 = 0.095$ und $\sigma_\xi = 0.740$ und für Salta: $a_1 = 0.646$, $a_2 = 0.206$, $a_3 = -0.368$ und $\sigma_\xi = 0.747$. Der Signifikanztest anhand von stochastischen Ersatzdaten zeigt mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % keine Signifikanz der festgestellten Korrelationen. Die meisten Korrelationskoeffizienten liegen innerhalb der durch die 5 und 95 %-Quantile eingegrenzten Verteilung. Mit einer Signifikanzschranke für die Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % ($t_{1199;0.10} = 1.646$) muß nach dem t -Test die Nullhypothese beibehalten werden, wonach die festgestellten Korrelationskoeffizienten gleich denen sind, die zwischen den RQA-Maßen unabhängiger, stochastischer Zeitreihen existieren.

Tabelle 5.7: Ungeglättete Zeitreihen: Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von TADI und denen der anderen Zeitreihen.

RQA-Maß	<i>RR</i>	<i>DET</i>	<i>L</i>	<i>ENTR</i>	<i>TREND</i>	<i>MVD</i>
TUC	0.28	0.26	0.25	0.28	0.05	0.26
SAL	0.31	0.14	0.10	0.18	0.07	-0.06
JUY	-0.44	-0.46	-0.39	-0.38	-0.27	-0.51

Tabelle 5.8: Ungeglättete Zeitreihen: Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von SOI und denen der anderen Zeitreihen.

RQA-Maß	<i>RR</i>	<i>DET</i>	<i>L</i>	<i>ENTR</i>	<i>TREND</i>	<i>MVD</i>
TADI	0.58	0.56	0.30	0.45	0.03	0.35
TUC	0.16	-0.14	0.00	-0.01	-0.10	0.23
SAL	0.51	0.24	0.25	0.28	0.12	0.01
JUY	-0.25	-0.47	-0.24	-0.29	-0.23	-0.25

Tabelle 5.9: 5 %- und 95 %-Quantile, Mittel- und *t*-Wert der Verteilungen der Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von 500 AR(3)-Prozessen (an SOI angepaßt) und 500 AR(3)-Prozessen (an SAL angepaßt) (Tabelle a) bzw. 500 AR(3)-Prozessen (an TADI angepaßt) und der monatsmittelwertreduzierten Zeitreihe JUY (Tabelle b).

(a)	$Q_{0.05}$	$Q_{0.95}$	μ	$ t $	(b)	$Q_{0.05}$	$Q_{0.95}$	μ	$ t $
RR	-0.48	0.53	0.03	1.50	RR	-0.50	0.50	0.00	1.45
DET	-0.46	0.47	0.00	0.82	DET	-0.52	0.51	0.00	1.47
L	-0.37	0.40	0.06	0.81	L	-0.41	0.41	-0.01	1.53
ENTR	-0.43	0.41	0.00	1.13	ENTR	-0.43	0.42	-0.01	1.44
TREND	-0.29	0.32	0.00	0.63	TREND	-0.29	0.28	0.00	1.53
MVD	-0.48	0.46	0.00	0.04	MVD	-0.48	0.50	-0.01	2.91

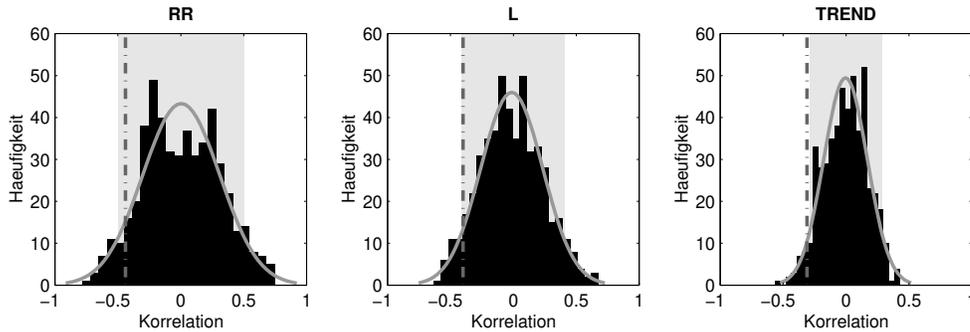


Abbildung 5.4: Testverteilungen von Korrelationskoeffizienten, die aus der Korrelationsanalyse der RQA-Größen von 500 AR(3)-Prozessen (an TADI angepaßt, monatsmittelwertreduziert) und dem monatsmittelwertreduzierten Niederschlag der Station Jujuy berechnet wurden. Die helle Kurve stellt eine angepaßte GAUSSverteilung dar, in dem hellgrauen Bereich sind 90 % der Werte der Verteilung und die Strich-Punkt-Linie ist der Korrelationskoeffizient zwischen den RQA-Größen der Zeitreihen TADI und Niederschlag bei Jujuy.

Geglättete Daten

Analog der Korrelationsanalyse der ungeglätteten Daten wird auch das Phasenraumverhalten der geglätteten Daten untersucht. Die Signifikanz wird durch den Test der Salta-Zeitreihe mit Ersatzdaten für die SOI-Zeitreihe betrachtet. Als Ersatzdaten werden 500 AR(3)-Prozesse verwendet (Parameter siehe vorigen Abschnitt über die ungeglätteten Daten), die gleich der SOI-Zeitreihe mit dem Butterworth-Filter geglättet werden. Der Signifikanztest bringt das selbe Ergebnis wie bei den ungeglätteten Daten. Die festgestellten Korrelationen sind mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % nicht signifikant.

Tabelle 5.10: Geglättete Zeitreihen: Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von TADI und denen der anderen Zeitreihen.

RQA-Maß	<i>RR</i>	<i>DET</i>	<i>L</i>	<i>ENTR</i>	<i>TREND</i>	<i>MVD</i>
TUC	0.20	-0.24	-0.02	-0.18	0.04	-0.19
SAL	0.18	-0.28	-0.22	-0.27	-0.26	-0.20
JUY	-0.11	-0.22	-0.40	-0.06	0.01	0.38

Tabelle 5.11: Geglättete Zeitreihen: Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von SOI und denen der anderen Zeitreihen.

RQA-Maß	<i>RR</i>	<i>DET</i>	<i>L</i>	<i>ENTR</i>	<i>TREND</i>	<i>MVD</i>
TADI	0.28	0.03	-0.12	0.35	-0.35	0.19
TUC	0.06	0.23	-0.03	-0.01	-0.04	0.10
SAL	0.23	0.46	0.32	0.22	0.11	0.28
JUY	-0.16	0.32	0.28	0.31	0.11	0.10

Tabelle 5.12: 5%- und 95%-Quantile, Mittel- und *t*-Wert der Verteilung der Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von 500 geglätteten AR(3)-Prozessen (an SOI angepaßt) und den RQA-Größen der geglätteten Niederschlagszeitreihe von Salta.

RQA-Maß	$Q_{0.05}$	$Q_{0.95}$	μ	$ t $
RR	-0.55	0.55	0.02	0.61
DET	-0.48	0.58	0.03	1.31
L	-0.38	0.42	0.01	1.32
ENTR	-0.44	0.53	0.04	0.61
TREND	-0.28	0.28	0.00	0.63
MVD	-0.53	0.54	0.03	0.76

5.3.4 Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der Warven- und Klimazeitreihen

Da sich die Phasenräume zwischen den Paläodaten und den rezenten Daten aufgrund des großen zeitlichen Abstandes nicht so einfach vergleichen lassen, wird durch abschnittsweise Korrelationsanalyse der Bereich in den Warvendaten gesucht, der den heutigen Klimazeitreihen im Phasenraumverhalten ähnlich sein könnte. Wenn in einem bestimmten Abschnitt der Warven Maxima der Korrelationskoeffizienten aller RQA-Maße auftreten, kann dort das Phasenraumverhalten ähnlich sein. Diese Korrelationskoeffizienten werden zur Bewertung der Ähnlichkeit des Phasenraumverhaltens verwendet. Für die Bestimmung der Korrelationskoeffizienten werden die RQA-Größen auf eine GAUSS-Verteilung transformiert.

Abbildung 5.5 illustriert das Vorgehen anhand der geglätteten Warvenzeitreihe EP160 und der geglätteten TADI-Zeitreihe. Dabei werden Abschnitte aus der Warvenzeitreihe betrachtet, die mit einer Zeitverzögerung nach dem ersten Wert der Zeitreihe beginnen, und deren Länge der der TADI-Zeitreihe entspricht (1134 Werte). Nach einer Zeitverzögerung von 240 Monaten korreliert dieser Warvenabschnitt am stärksten mit der TADI-Zeitreihe (Abbildung 5.5 und 5.6). In Tabel-

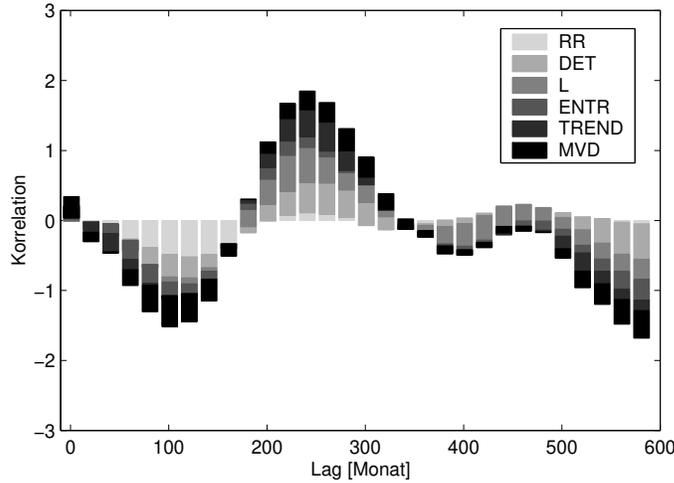


Abbildung 5.5: Abschnittsweise Korrelationen (gestapelt) zwischen den RQA-Größen der Warven EP160 und des TADI (geglättete Zeitreihen). Der Abschnitt nach einer Zeitverzögerung von 240 Monaten korreliert mit dem TADI am stärksten.

le 5.13 sind die entsprechenden Korrelationskoeffizienten zwischen dem Phasenraumverhalten der Warven EP160 und dem TADI bzw. SOI für die ungeglätteten und geglätteten Zeitreihen zusammengestellt. Die Signifikanz der Korrelation wird mit 500 AR(3)-Prozessen als Ersatzdaten für die SOI-Zeitreihe getestet. Dabei werden die RQA-Daten der Ersatzzeitreihen gegenüber denen der Warven so verschoben, daß die Korrelationen der RQA-Daten der Ersatzzeitreihe gegenüber denen der Warven maximal wird (optimale Zeitverzögerung). Die Abschätzung dieser Zeitverzögerung erfolgt über die Maximumbestimmung der Summe der einzelnen Korrelationskoeffizienten

$$\sum_{\forall RQA} \varrho_{RQA} \stackrel{!}{=} \text{maximal} \quad (5.1)$$

mit $RQA = \{RR, DET, L, ENTR, TREND, MVD\}$. Die Verteilungen der so bestimmten Korrelationskoeffizienten sind in Tabelle 5.15 zusammengestellt. Mit einem t -Test wird die Nullhypothese geprüft, welche aussagt, daß die Korrelationen zwischen den unabhängigen und stochastischen Ersatzdaten und Warven gleich der Korrelation zwischen SOI und Warven ist. Das Ergebnis des Signifikanztestes unterscheidet sich nicht von dem der rezenten Daten. Die Korrelationen sind mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10% ($t_{1133;0.10} = 1.646$) nicht signifikant.

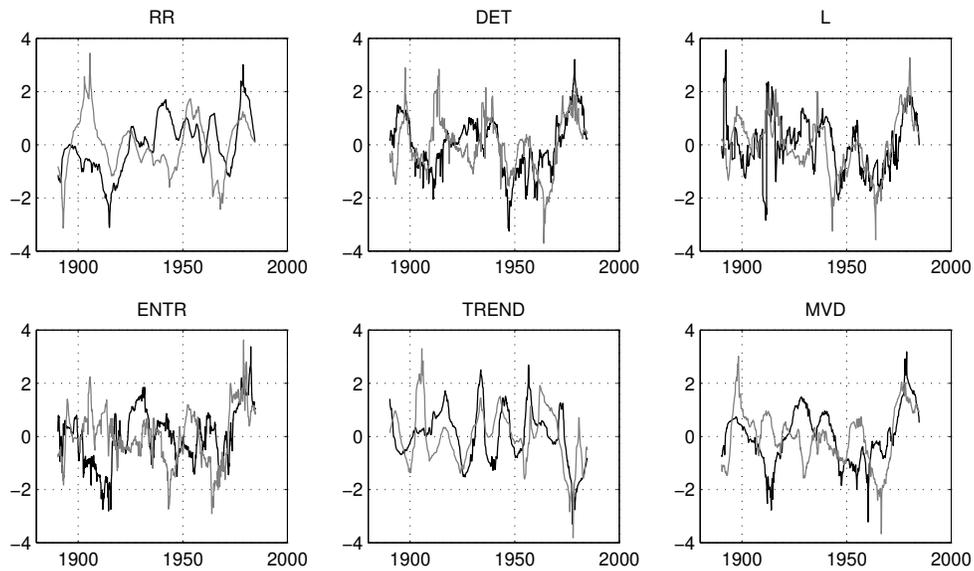


Abbildung 5.6: RQA-Größen (auf GAUSSverteilung transformiert) der Warven EP160 und des TADI für den Abschnitt der Warven, der nach 240 Monaten nach dem ersten Wert der Zeitreihe beginnt.

Tabelle 5.13: Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen eines Abschnittes von EP160 (nach einer Zeitverzögerung) und TADI bzw. SOI.

	Zeitverzögerung	<i>RR</i>	<i>DET</i>	<i>L</i>	<i>ENTR</i>	<i>TREND</i>	<i>MVD</i>
<i>ungeglättet</i>							
TADI	220	0.51	0.10	0.03	0.01	0.35	0.46
SOI	600	0.34	0.18	0.25	0.15	0.22	0.25
<i>geglättet</i>							
TADI	240	0.10	0.43	0.51	0.15	0.38	0.27
SOI	0	0.06	0.45	0.34	0.29	0.20	0.19

Tabelle 5.14: Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen eines Abschnittes von EP245 (nach einer Zeitverzögerung) und TADI bzw. SOI.

	Zeitverzögerung	RR	DET	L	$ENTR$	$TREND$	MVD
<i>ungeglättet</i>							
TADI	620	0.30	0.36	0.22	0.35	0.50	0.50
SOI	-40	0.48	0.55	0.49	0.55	0.42	0.50
<i>geglättet</i>							
TADI	1230	0.30	0.25	0.49	0.06	0.32	0.57
SOI	1360	0.57	0.41	0.15	0.25	-0.14	0.02

Tabelle 5.15: 10 %- und 90 %-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Größen von 500 AR(3)-Prozessen (angepaßt an SOI, AR-Koeffizienten siehe Abschnitt 5.3.3) und denen der Warven EP160 jeweils nach individueller Verschiebung der Zeitreihen gegeneinander um eine optimale Zeitverzögerung (Tabelle a: mittelwertreduzierte Zeitreihen; Tabelle b: geglättete Zeitreihen).

(a)	$Q_{0.10}$	$Q_{0.90}$	μ	$ t $	(b)	$Q_{0.10}$	$Q_{0.90}$	μ	$ t $
RR	-0.77	0.53	0.22	0.50	RR	-0.01	0.54	0.27	0.95
DET	0.14	0.61	0.38	1.10	DET	-0.02	0.52	0.25	0.95
L	0.12	0.62	0.37	0.60	L	-0.18	0.35	0.08	1.28
ENTR	0.15	0.60	0.39	1.36	ENTR	0.03	0.47	0.26	0.18
TREND	-0.07	0.39	0.16	0.32	TREND	-0.02	0.45	0.22	0.10
MVD	0.13	0.65	0.40	0.73	MVD	0.13	0.66	0.41	1.07

5.4 Vergleich der Phasenräume über die quantitative Analyse von Cross Recurrence Plots

Ein Cross Recurrence Plot wird aus der Phasenraumrekonstruktion zweier Zeitreihen gebildet. Aus der Berechnung einiger RQA-Maße im Cross Recurrence Plot in Abhängigkeit vom Abstand von der Hauptdiagonalen können Rückschlüsse auf Ähnlichkeiten in Phasenraumentwicklungen zweier Zeitreihen gezogen werden. Durch die zusätzliche Analyse nach Rauminversion der einen Phasenraumtrajektorie ist es möglich, Antikorrelation von Korrelation zu trennen. Maxima in den RQA-Maßen RR , DET und L bei einer bestimmten Zeitverzögerung bedeuten, daß dort eine verstärkte Übereinstimmung im Phasenraumverhalten der beiden Trajektorien vorliegt.

Die Einbettung der beiden Zeitreihen in den Phasenraum muß in der größeren der beiden Dimensionen der Zeitreihen erfolgen. Es werden für die Zeitreihen ei-

ner Gruppe (Niederschlag bzw. Warven) dieselben Parameter verwendet (Niederschläge: $m = 3$, $\tau = 9$, $\varepsilon = 0.9\sigma$; Warven: $m = 3$, $\tau = 11$, $\varepsilon = 0.9\sigma$). Als minimale Diagonallänge hat sich $l_{min} = 7$ Monate als günstig erwiesen. Für die Konstruktion der Cross Recurrence Plots werden nur geglättete Zeitreihen verwendet, da sich durch die in den Zeitreihen enthaltenen Fluktuationen im Monatsbereich zu wenig längere durchgehende Diagonalstrukturen bilden würden.

5.4.1 Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der rezenten Klimazeitreihen

Die Untersuchung auf Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der rezenten Zeitreihen beschränkt sich auf Zeitverzögerungen von 15 Monaten, da die Reaktion vom Niederschlag auf das Auftreten eines El Niño mit keiner großen Verzögerung, d. h. innerhalb eines Jahres, stattfindet. Dabei werden bei den Niederschlägen nur positive Zeitverzögerungen betrachtet, da der Einfluß des TAD bzw. ENSO in den Niederschlägen erst nach einer kleinen Verzögerung stattfindet. In der Tabelle 5.16 sind die RQA-Werte für jene Zeitverzögerungen aufgelistet, bei denen RR , DET und L ein Maximum haben und $ENTR$ möglichst ein Minimum hat. Wenn bei einer bestimmten Zeitverzögerung nur wenige Diagonalstrukturen auftreten, kann die Größe $ENTR$ bei einem scharfen Maximum von L verschwinden bzw. ein extremes, „fremdartiges“ Minimum haben. Dieser Wert sollte dann nicht verwendet werden, da bei dieser Zeitverzögerung die Statistik über die Diagonalstrukturen keine ausreichende Basis hat. Zur Abschätzung der Signifikanz werden zwei Ersatzdatenreihen aus geglättetem weißen Rauschen und zwei Ersatzdatenreihen aus geglätteten AR(3)-Prozessen miteinander verglichen sowie AR(3)-Prozesse (an SOI angepaßt) mit der Niederschlagzeitreihe von Salta verglichen bzw. AR(3)-Prozesse (an TADI angepaßt) mit der Niederschlagzeitreihe von Jujuy. Da es sich bei den Ersatzdaten um stochastische Daten handelt, reicht es aus, die Berechnung der Größen mit einer Zeitverzögerung von null durchzuführen. Der Test auf Signifikanz erfolgt als einseitiger Test, da bei Korrelationen zwischen den Zeitreihen nur einseitige Abweichungen von der Nullhypothese möglich sind. Als Irrtumswahrscheinlichkeit wird 10 % angenommen. Daher sind nur die 90 %-Quantile neben der t -Prüfgröße berechnet. Die Alternativhypothese (im Unterschied zu Abschnitt 4.8 auf Seite 41) lautet: *Die berechnete RQA-Größe ist größer als die entsprechende RQA-Größe, die sich aus unabhängigen und stochastischen Systemen ergibt (z. B. für RR , $H_A: RR > \langle RR' \rangle$)*. Die Nullhypothese wird auf einem Signifikanzniveau α abgelehnt und die Alternativhypothese akzeptiert, wenn $t < -t_{\nu; \alpha}^{einseitig}$. Da die Verteilungen der Größe $ENTR$ der Cross Recurrence Plots der stochastischen Daten sehr inhomogen sind, wird diese Größe zum Test nicht verwendet. Im Ergebnis des Testes mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % ($t_{1265; 0.10}^{einseitig} = 1.282$) sind die RQA-Werte folgender Zeitreihen-Paarungen nicht signifikant, da sie in die Verteilungen der Werte der Ersatzdaten fallen (Ta-

belle 5.18): SOI-TUC, SOI-JUY, TADI-TUC. Sehr deutliche Unterschiede zu den Werten der Ersatzdaten gibt es dagegen bei SOI-TADI und SOI-SAL. Wenig Unterschied zu den Werten der Ersatzdaten hat die Paarung TADI-JUY. Bei der Paarung TADI-SAL ist zwar DET und L relativ hoch, die Rekurrenzrate RR ist aber unter 10%. Die geringe Rekurrenzrate und die geringe Entropie deuten darauf hin, daß die Phasenraumtrajektorien im Phasenraum nur sehr selten eine gemeinsame Epoche durchlaufen haben.

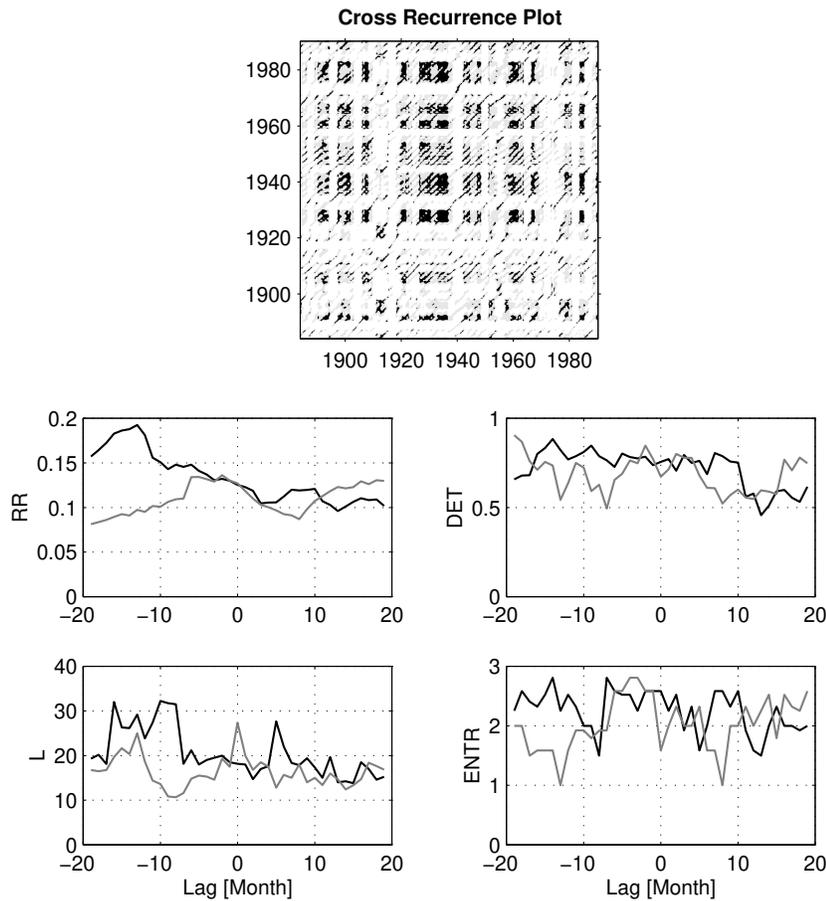


Abbildung 5.7: Cross Recurrence Plots und dessen RQA-Maße für SOI und TADI (geglättete Zeitreihen; $m = 3$, $\tau = 9$, $\varepsilon = 0.9\sigma$, $l_{min} = 7$; im CRP läuft auf der x -Achse die Zeit der SOI-Phasenraumtrajektorie, auf der y -Achse die Zeit der TADI-Phasenraumtrajektorie).

Tabelle 5.16: RQA-Maße von Cross Recurrence Plots sowie Art der Korrelation zwischen den Niederschlägen und SOI bzw. TADI, signifikante Werte sind unterstrichen ($m = 3$, $\tau = 9$, $\varepsilon = 0.9\sigma$, $l_{min} = 7$).

	Art	Zeitverzögerung	RR	DET	L	$ENTR$
<i>gegen SOI</i>						
TADI	–	0	0.13	0.72	21.6	2.06
TADI	+	–14	<u>0.19</u>	<u>0.85</u>	<u>27.2</u>	2.53
TUC	–	4	0.11	0.37	12.0	1.59
TUC	+	6	0.10	0.74	16.7	2.30
JUY	+	1	<u>0.16</u>	0.71	15.9	2.46
SAL	–	5	<u>0.19</u>	<u>0.84</u>	<u>32.6</u>	1.83
<i>gegen TADI</i>						
TUC	+	4	0.11	<u>0.77</u>	20.8	1.83
JUY	+	3	<u>0.14</u>	<u>0.75</u>	<u>24.3</u>	1.72
SAL	+	1	0.09	<u>0.86</u>	<u>24.6</u>	0.97

Tabelle 5.17: 90%-Quantile, Mittel- und t -Wert (beim Test gegen die Paarung SOI-SAL) der Verteilungen der RQA-Maße der Cross Recurrence Plots zwischen 1000 Prozessen weißes Rauschen gegen weißes Rauschen (geglättete Daten) (Tabelle a) und 1000 geglätteten AR(3)-Prozessen (SOI) und AR(3)-Prozessen (SAL) (Tabelle b).

a)	$Q_{0.90}$	μ	t	b)	$Q_{0.90}$	μ	t
RR	0.12	0.09	–4.40	RR	0.12	0.09	–3.92
DET	0.67	0.41	–2.06	DET	0.69	0.40	–1.84
L	20.7	13.4	–3.08	L	21.0	12.6	–2.82
ENTR	2.00	1.03	n. b.	ENTR	1.59	0.80	n. b.

Tabelle 5.18: 90%-Quantile, Mittel- und t -Wert der Verteilungen der RQA-Maße der Cross Recurrence Plots zwischen 1000 geglätteten AR(3)-Prozessen (SOI) und SAL (Tabelle a) und 1000 geglätteten AR(3)-Prozessen (TADI) und JUY (Tabelle b).

(a)	$Q_{0.90}$	μ	t	(b)	$Q_{0.90}$	μ	t
RR	0.14	0.10	–2.91	RR	0.12	0.08	–2.05
DET	0.77	0.51	–1.47	DET	0.73	0.45	–1.24
L	22.0	14.6	–2.72	L	21.7	13.2	–1.58
ENTR	2.00	1.17	n. b.	ENTR	2.00	0.92	n. b.

5.4.2 Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der Warven- und Klimazeitreihen

Analog dem Vorgehen bei der Suche nach ähnlichen Bereichen im Phasenraumverhalten durch eine Korrelationsanalyse im Abschnitt 5.3.4, werden bei der Untersuchung der Cross Recurrence Plots nur Abschnitte auf den Warvenzeitreihen betrachtet. Das geschieht wieder durch Verschieben eines Fensters der Länge der rezenten Zeitreihe (SOI bzw. TADI) um eine Zeitverzögerung. Zwischen der Zeitreihe und dem Warvenabschnitt wird der Cross Recurrence Plot berechnet. Jene Zeitverzögerung, bei denen RR_+ , DET_+ und L_+ ein Maximum und RR_- , DET_- und L_- ein Minimum haben (oder umgekehrt), markiert einen Bereich, in dem sich die Phasenraumtrajektorien ähnlich verhalten. Wenn die für TADI bestimmten Zeitverzögerungen mit denen für SOI sowie die für positive und negative Korrelation bestimmten Zeitverzögerungen annähernd übereinstimmen (± 20 Monate), ist die Wahrscheinlichkeit größer, daß diese Bereiche in der Warvenzeitreihe einer Dynamik entsprechen, die noch heute in der ENSO und dem TAD enthalten ist. Bei der Bestimmung der Zeitverzögerung wird über drei Monate gemittelt. Die so gefundenen Abschnitte sind bei 198, 266, 355 und 470 Monaten nach Beginn der Zeitreihe (EP160) bzw. bei 632, 1024, 1085, 1203, 1384 und 1579 Monaten nach Beginn der Zeitreihe (EP245) (Tabellen A.2 bis A.5, Seiten 101 bis 104, Zeitverzögerungen, bei denen Maxima sowohl bei TADI und SOI auftreten, sind unterstrichen).

Die Signifikanz der Daten wird mit zwei AR(3)-Prozessen (an SOI und an EP160 angepaßt) geprüft. Die Ersatzdaten wurden geglättet und mit denselben Parametern eingebettet, wie die Warvenzeitreihen. Da die RQA-Wert-Bestimmung der Cross Recurrence Plots der Warven über eine Maximum-Bestimmung läuft, müssen bei der Bestimmung der RQA-Werte der Ersatzdaten ebenfalls Maxima gesucht werden. Das Verfahren funktioniert ähnlich der Bestimmung der Korrelationskoeffizienten zwischen RQA-Größen der Ersatzdaten (5.1) im Abschnitt 5.3.4. Es gehen die RQA-Werte von jener Zeitverzögerung in die Verteilung ein, bei dem die Gleichung

$$\prod_{\forall \widetilde{RQA}} \widetilde{RQA} \stackrel{!}{=} \text{maximal} \quad (5.2)$$

erfüllt ist. Dabei steht die Variable \widetilde{RQA} für die auf eins normierten RQA-Größen RR , DET und L .

Der Test auf Signifikanz zeigt, daß einige RQA-Werte mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % signifikant sind (diese Werte sind in den Tabellen A.2 bis A.5 auf Seiten 104 bis 101 unterstrichen). Sowohl der Signifikanztest als auch die Forderung, daß die Abschnitte mit den Maxima in den RQA-Werten bei positiver und negativer Korrelation und beim Test gegen SOI und TADI in etwa übereinstimmen sollen, reduziert diese Abschnitte weiter. Der einzige Abschnitt, bei dem

Tabelle 5.19: 90 %-Quantile, Mittel- und t -Wert (im Test gegen EP160 bei Zeitverzögerung 451) der Verteilungen der RQA-Maße der Cross Recurrence Plots zwischen 1000 geglätteten AR(3)-Prozessen (SOI) und AR(3)-Prozessen (EP160).

	$Q_{0.90}$	μ	t
RR	0.13	0.09	-2.81
DET	0.76	0.48	-1.12
L	24.0	15.6	-1.12
ENTR	2.00	1.12	n. b.

die Forderung erfüllt ist, und dessen RQA-Werte signifikant sind, ist der ab einer Zeitverzögerung von 467 in der Warven-EP160-Zeitreihe. Aus dem Verlauf der RQA-Kurven (Abbildung 5.8) – speziell bei *RR*, *DET* und *L* – ist folgendes Verhalten zu erkennen: Korrelation und Antikorrelation wechseln sich im Abstand von etwa zehn Monaten ab. Beim Auftreten der Phase der Korrelation mit TADI tritt eine Phase der Antikorrelation mit SOI auf. Dieses Verhalten entspricht dem heutigen der Station Jujuy (vgl. mit Abbildung A.15 auf Seite 99) und z. T. auch dem der Station Salta. Interpretation und Bemerkungen im nächsten Kapitel im Abschnitt 6.2.3.

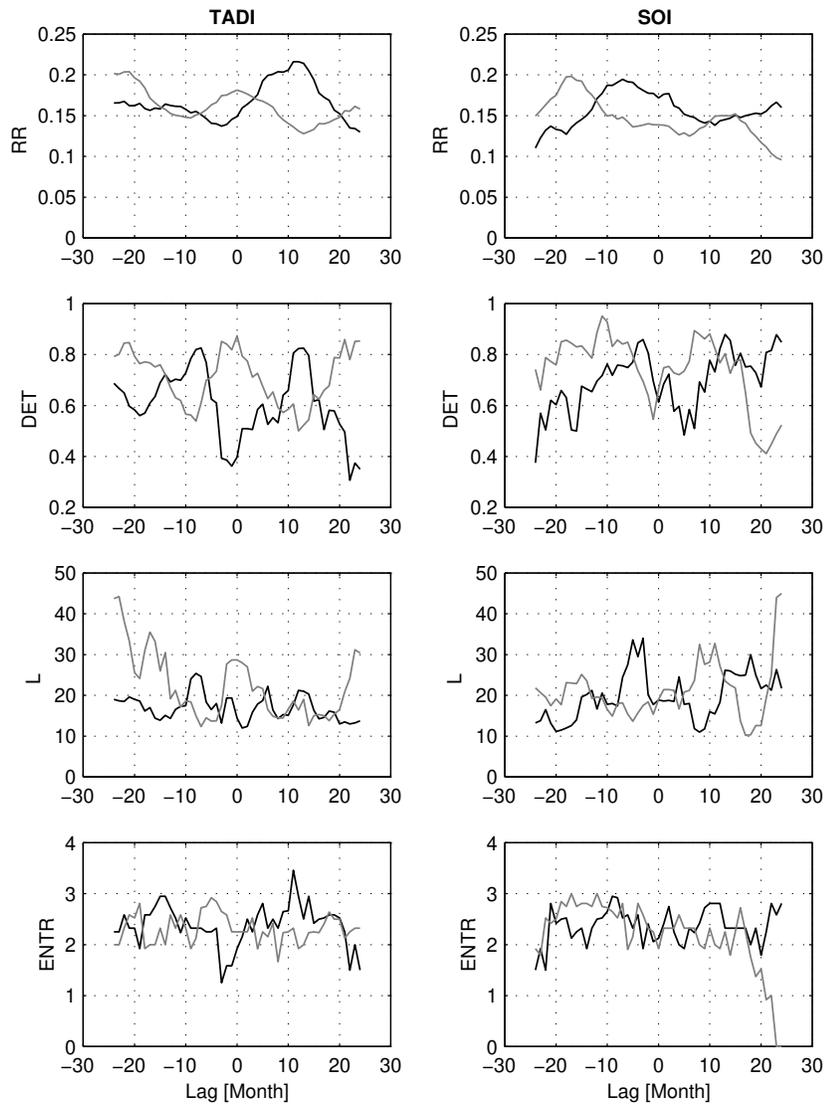


Abbildung 5.8: RQA-Maße des Cross Recurrence Plots zwischen SOI und Warven EP160 für den Abschnitt 467 (geglättete Zeitreihen; $m = 3$, $\tau = 11$, $\varepsilon = 0.9\sigma$, $l_{min} = 7$; schwarze Kurve: Korrelation, graue Kurve: Antikorrelation).

Kapitel 6

Interpretation der Ergebnisse und Diskussion

6.1 Vergleich der Klimaoszillationen mit den rezenten Niederschlägen

6.1.1 Kreuzkorrelationen

Zwischen den beiden Index-Zeitreihen der El Niño/Southern Oscillation (SOI) und des Tropischen Atlantischen Dipols (TADI) wurde eine Antikorrelation festgestellt. Das Extremum der Antikorrelation liegt bei einer positiven Verschiebung der TADI-Zeitreihe gegen die SOI-Zeitreihe um etwa vier bis fünf Monate. Das bedeutet, daß die Erwärmung des nördlichen Feldes des Tropischen Atlantischen Dipols mit dem Auftreten eines El Niños zusammenhängt, allerdings tritt der El Niño erst nach der Erwärmung im Atlantik auf. Die Antikorrelation ist in der Literatur beschrieben (z. B. in /9/), ebenso eine Zeitverzögerung von vier bis fünf Monaten – allerdings mit umgedrehtem Vorzeichen, was auch verständlicher wäre, da die El Niño/Southern Oscillation die weit entfernten westlich davon gelegenen Regionen über die oberen Troposphärenschichten (Jetstream) beeinflusst. Daher wird der tropische Atlantik mit einigen Wochen Verzögerung auf Ereignisse im Pazifik reagieren. Aus der Kreuzkorrelation wird weiterhin ersichtlich, daß in beiden Zeitreihen Zyklen mit Perioden von durchschnittlich 40 Monaten auftreten.

Die Niederschläge in Nordwest-Argentinien zeigen generell nur wenig Korrelation mit den SOI- und TADI-Zeitreihen. Deutlicher ist dies an den geglätteten Zeitreihen zu sehen. Die SOI-Zeitreihe korreliert schwach mit dem Niederschlag in Salta und antikorreliert mit dem Niederschlag in Jujuy (sehr schwach) und Tucuman (stärker). Die TADI-Zeitreihe korreliert mit dem Niederschlag in Tucuman, antikorreliert mit dem Niederschlag in Salta und zeigt keinen nennenswerten Einfluß auf die Niederschläge in Jujuy. Das sind Anzeichen dafür, daß es während eines El Niños in Tucuman mehr Niederschlag gibt, während es in Salta weniger

regnet. Ein warmer nördlicher Atlantik führt zu stärkeren Niederschlägen in Tucuman und weniger Niederschlägen in Salta. In Jujuy ist der Einfluß vom Atlantik und Pazifik nur gering. Das Verhalten der Niederschläge auf Veränderungen im TADI verhält sich entgegengesetzt zu denen in der SOI-Zeitreihe. Da SOI und TADI selber antikorreliert sind, ist damit nicht eindeutig festgestellt, ob die Korrelationen der Niederschläge mit dem Atlantik tatsächlich auf einen Einfluß des Atlantiks zurückgehen.

6.1.2 Recurrence Plots und RQA-Maße

Die Bestimmung der Parameter für die Konstruktion der Phasenräume und Recurrence Plots liefert für die monatsmittelwertreduzierten Zeitreihen Dimensionen von vier (Niederschläge) und fünf (SOI und TADI). Die Dynamik der zugrundeliegenden Prozesse sollte demzufolge mit vier bis fünf Parametern beschreibbar sein. Bei den geglätteten Zeitreihen betragen die Dimensionen nur noch drei, was auf die Glättung zurückzuführen ist.

Die Recurrence Plots zeigen deutliche Strukturierungen. In den Recurrence Plots der Niederschläge und von SOI bzw. TADI treten Diagonallinien im Abstand von zwei bis vier Jahren auf, was auf Zyklen mit solchen Zeitdauern hinweist. Die Abstände von Clustern treten in den Niederschlagszeitreihen in Gruppen auf: zum einen mit etwa drei bis fünf Jahren und zum anderen mit sechs bis sieben Jahren. Im Recurrence Plot der SOI-Zeitreihe treten die Cluster mit ähnlichen Abständen von vier bis sieben Jahren auf, während beim TADI die Abstände zwischen den Clustern größer sind mit sechs bis zehn Jahren. Lücken im Recurrence Plots zeigen Zeiten an, in denen das System weit weg vom Normalzustand ist. Wenn die Niederschläge von Ereignissen im Pazifik und Atlantik abhängen, sollten die Lücken und die Ereignisse gleichzeitig auftreten. Die Lücken in den einzelnen Plots zeigen jedoch keinen offensichtlichen Zusammenhang zu solchen Ereignissen und auch nicht zu den Lücken anderer Plots. Das Auftreten von El Niño scheint zeitweise mit den Grenzen der Lücken im Recurrence Plot der Niederschläge von Salta und Tucuman zusammenzufallen (Abbildung 5.3). Die Bewertung einer Ähnlichkeit der Phasenraumverhalten anhand der visuellen Betrachtung der Recurrence Plots ist trotz einiger ähnlichen Eigenschaften nicht befriedigend.

Die mittleren RQA-Werte der Zeitreihen geben einen ersten Anhaltspunkt über die Dynamik, wenn auch sie keine Absolutaussagen zulassen (vgl. Anmerkung auf Seite 38). Die Rekurrenzrate, die der Korrelationssumme entspricht, ist bei Niederschlags- und SOI- bzw. TADI-Zeitreihen ungefähr gleich und beträgt 30 bis 40 % (ungeglättete Zeitreihen) bzw. 15 bis 20 % (geglättete Zeitreihen). Der Determinismus ist bei den Niederschlägen und den TADI-/ SOI-Zeitreihen ebenso in etwa gleich und beträgt reichliche 80 %. Dieser Wert liegt zwischen dem Wert, der bei stochastischen Systemen (z. B. AR(3)-Prozeß mit $RR \approx 70\%$) und dem Wert, der bei deterministischen Systemen (z. B. LORENZ-System mit

$RR \approx 90\%$) auftritt. Die mittlere Diagonallänge L , die als mittlere Vorhersagezeit interpretiert werden könnte, beträgt für TADI und SOI etwa zwei Jahre, für die Niederschläge dagegen nur etwa eineinhalb Jahre. In vorsichtiger Interpretation hieße das, daß man die Dynamik im Pazifik und Atlantik aus deren Kenntnis von zwölf Jahren für einen Zeitraum von zwei Jahren vorhersagen könnte. Die mittlere Verweildauer MVD ist für den TADI größer als für SOI (etwa sechs im Gegensatz zu vier Monaten), was bedeutet, daß sich die Vorgänge in dem betrachteten Abschnitt des Atlantik langsamer abspielen als im Pazifik. Für die ungeglätteten Niederschläge betragen die MVD -Werte etwa drei bis vier Monate, was der Dauer der Regen- bzw. Trockenzeit entspricht. Der Absolutwert vom $TREND$ ist für TADI und SOI sowie die geglätteten Niederschläge größer als 0.20. Hierin kommt die Dynamik auf Zeitskalen von vier bis zwölf Jahren zum Ausdruck (RQA-Werte wurden in Fenstern der Größe 150 Monate berechnet). Die ungeglätteten Niederschläge zeigen geringe $TREND$ -Werte, was durch die saisonale Regenzeit-Trockenzeit-Dynamik verursacht wird. In den Standardabweichungen der RQA-Größen, die aus der Verteilung der RQA-Werte in den gleitenden Fenstern berechnet werden, erkennt man ebenfalls das instationäre Verhalten innerhalb der Fenster.

Die RQA-Größen wurden mit Hilfe von stochastischen Ersatzdaten auf Signifikanz getestet. Dabei wurden als Ersatzdaten Weißes Rauschen und ein AR(3)-Prozeß verwendet. Im Ergebnis der Tests läßt sich feststellen, daß die RQA-Größen der Zeitreihen signifikant verschieden sind, als jene von stochastischen Prozessen.

6.1.3 Korrelationen zwischen RQA-Größen

Mit der Berechnung der Korrelationskoeffizienten zwischen dem zeitlichen Verlauf der RQA-Größen sollten Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten der Zeitreihen festgestellt werden. Positive Korrelationen in allen RQA-Größen bedeuten dabei Ähnlichkeit der Phasenraumverhalten zweier Zeitreihen. Haben dagegen die Korrelationen verschiedene Vorzeichen innerhalb eines RQA-Satzes, sind die Phasenraumverhalten nicht ähnlich.

Bei Betrachtung der aufgefundenen Korrelationen zwischen den RQA-Größen (Tabelle 6.1) fällt sofort auf, daß auch negative Korrelationen vorkommen (Niederschlag von Jujuy im Vergleich zu TADI und SOI), was wenig verständlich ist. Das Phasenraumverhalten vom TADI ist dem des SOI ähnlich. Bei den Niederschlägen ist das Phasenraumverhalten der Niederschläge von Salta dem vom SOI ähnlich, dem vom TADI nur wenig ähnlich. Die Niederschläge von Tucuman scheinen kaum eine ähnliche Dynamik wie TAD oder ENSO zu besitzen, während das Phasenraumverhalten der Niederschläge von Jujuy mit dem von TADI und SOI antikorreliert.

Der Test auf Signifikanz mit Hilfe von konstruierten stochastischen Prozessen als Ersatzdaten relativiert die obigen Aussagen. Die damit berechneten Korrela-

Tabelle 6.1: Ähnlichkeiten im Phasenraumverhalten berechnet aus der Korrelationsanalyse von RQA-Größen. Dabei bedeuten: + ähnlich, 0 nicht ähnlich und – negative Korrelation; in Klammern: Werte bei ungeglätteten Zeitreihen, wenn anders als bei geglätteten.

	SOI	TADI
TADI	+ (0)	
TUC	0	0 (+)
SAL	+	0 (+)
JUY	+ (–)	–

tionskoeffizienten bilden Verteilungen, in denen die Korrelationskoeffizienten der natürlichen Zeitreihen enthalten sind (Tabellen 5.9 und 5.12 auf Seite 54 bzw. 56). Die einzigen Korrelationen, die aus diesen Verteilungen herausfallen, sind die zwischen den Rekurrenzzraten und Determinismus-Werten von SOI und TADI. Alle anderen Werte aber fallen auch dort in die Testverteilungen. Nach diesen Tests können die Korrelationen auch von stochastischen Systemen stammen.

Da der Signifikanztest herausstellt, daß die Korrelationen nicht signifikant sind, muß man hier den Schluß ziehen, daß entweder die Dynamik der Zeitreihen unabhängig voneinander ist oder daß das Bestimmen der Korrelationskoeffizienten zwischen den RQA-Werten nicht geeignet ist, um die Ähnlichkeiten im Phasenraum festzuhalten.

6.1.4 Cross Recurrence Plots

Die Bestimmung von Rekurrenzzrate, Determinismus, mittlerer Diagonallänge und Entropie der Verteilung der Diagonallängen eines Cross Recurrence Plots zwischen zwei Zeitreihen liefert einen alternativen Zugang zum Vergleich der Dynamik der diesen Zeitreihen zugrundeliegenden Prozesse. Der Vorteil liegt vor allem darin, daß die Art der Beziehung festgestellt werden kann. Im Ergebnis der Anwendung dieser Methode auf die Niederschlags- und Indexzeitreihen und nach einem Test auf Signifikanz (10 % Irrtumswahrscheinlichkeit) konnten große Ähnlichkeiten in der Dynamik folgender Zeitreihen festgestellt werden: Korrelation zwischen SOI und TADI, wobei TADI mit 14 Monaten vor dem SOI vorwegläuft, Antikorrelation zwischen SOI und Niederschlägen in Salta, geringe Korrelation zwischen TADI und Niederschlägen in Salta, sehr geringe Antikorrelation zwischen SOI und Niederschlägen in Jujuy, geringe Korrelation zwischen TADI und Niederschlägen in Jujuy. Die Dynamik des Niederschlags von Tucuman zeigt keine signifikante Ähnlichkeit mit der Dynamik des ENSO oder TAD. Jedoch läßt sich aus den RQA-Kurven herauslesen, daß die Dynamik des Niederschlags von Tucuman sowohl der Dynamik des TAD als auch des ENSO schwach folgt

(wenn bei TADI Maximum in Korrelation, dann auch bei SOI Maximum in Korrelation) – bei Jujuy und Salta war dabei genau entgegengesetztes Verhalten (Abbildungen A.14 bis A.16). Die RQA-Kurven für die Korrelation und die Antikorrelation im Cross Recurrence Plot von Tucuman gegen SOI laufen teilweise parallel, was bedeutet, daß der gering vorhandene Einfluß des ENSO ein korreliertes und gleichzeitig antikorreliertes Verhalten im Niederschlag in Tucuman nach sich zieht. Dieser Unterschied zu den Niederschlägen von Jujuy und Salta ist bedeutend für die spätere Feststellung der Art des Einflusses des Klimas auf die Paläo-Niederschläge.

Mit dem o.g. Ergebnis folgt der TAD nicht Ereignissen im Pazifik. Jedoch soll sich der nördliche Teil des tropischen Atlantiks mit einer Verzögerung von etwa einem halben Jahr erwärmen, wenn ein El Niño-Ereignis auftritt /9/. Dieser Zusammenhang konnte also nicht bestätigt werden. Im Gegensatz dazu wird eine Beziehung ersichtlich, die in die andere Zeitrichtung geht.

6.2 Vergleich der Klimasoszillationen mit den Paläoniederschlägen

6.2.1 Recurrence Plots und RQA-Maße

Die visuelle Beurteilung der Recurrence Plots der Warven zeigt die große Instationarität in den beiden vorhandenen Zeitreihen EP160 und EP245. Diagonallinien im Abstand von etwa drei bis etwa fünf Jahren belegen eine vorhandene Zyklizität mit diesen Zeitdauern, die auch im Recurrence Plot des ENSO vorhanden sind. Die im Recurrence Plot des TAD festgestellten Zyklen von über zehn Jahren sind in den Recurrence Plots der Warven nicht enthalten. Hingegen verhalten sich die Abstände der Cluster genau umgekehrt. Bei den Warven betragen sie etwa acht bis zehn, z. T. zwölf Jahre, bei der SOI-Zeitreihe nur vier bis sieben Jahre, bei der TADI-Zeitreihe aber zehn bis dreizehn Jahre. Diese Inkonsistenz läßt keine Schlüsse auf Ähnlichkeiten im Phasenraum der rezenten und der Paläodaten zu.

Die Rekurrenzrate beträgt für die Warven etwa 40 % (ungeglättet) bzw. etwa 20 % (geglättet) und liegt damit in der gleichen Größenordnung wie die Rekurrenzrate von SOI und TADI. Der deterministische Anteil in der Dynamik der Rotintensität der Warven ist geringer als in den rezenten Zeitreihen, was sich durch die geringeren Determinismus-Werte und die kürzeren Diagonallängen auszeichnet. Dabei hat die Zeitreihe EP245 einen noch geringeren deterministischen Anteil als die EP160-Zeitreihe. Im Trend ist wie bei den rezenten Zeitreihen die Instationarität in den Fenstern der Länge von 150 Monaten erkennbar. Bei EP160 (ungeglättet) zeigt diese Größe eine größere Instationarität als bei allen anderen Zeitreihen. Die mittlere Verweildauer ist größer als bei den rezenten Daten (außer bei geglätteter EP160-Zeitreihe), was möglicherweise durch die starke Instationarität und Trendhaftigkeit der Zeitreihen verschuldet ist. Dafür spricht auch der

Unterschied in *MVD* zwischen den geglätteten und ungeglätteten Daten.

Der Test auf Signifikanz ergab, wie bei den rezenten Daten auch, daß die ermittelten RQA-Werte mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % signifikant verschieden von denen von stochastischen Prozessen sind.

6.2.2 Korrelation zwischen den RQA-Größen

Da ein direkter Vergleich zwischen den Rotwertzeitreihen der 30 000 Jahre alten Sedimente mit den rezenten Klimazeitreihen nicht möglich ist, wurden durch Verschiebung Abschnitte in den zeitabhängigen RQA-Größen gesucht, die einen Anhaltspunkt für ähnliche Phasenraumentwicklungen geben. Sowohl in den RQA-Kurven der kurzen EP160-Zeitreihe als auch der längeren EP245-Zeitreihe wurden durch Bestimmung der Korrelation Abschnitte gefunden, die mit den RQA-Kurven von SOI und TADI korrelieren. Die Abschnitte bei den ungeglätteten Daten stimmen dabei aber nicht mit denen der geglätteten Daten überein. Der Test auf Signifikanz zeigt keinen Unterschied der Korrelationskoeffizienten zu denen von stochastischen, autoregressiven Prozessen. Somit konnten mit der Korrelationsanalyse von RQA-Größen keine Ähnlichkeiten zwischen der Dynamik der Sedimentationsprozesse der Warven und der Dynamik von ENSO und TAD gefunden werden.

6.2.3 Cross Recurrence Plots

Die Untersuchung der Cross Recurrence Plots zwischen den Warvenzeitreihen und den Index-Zeitreihen sollte im ersten Schritt die Abschnitte in den Warvenzeitreihen finden, deren Phasenraumverhalten dem der Indexzeitreihen ähnlich ist. In der EP160- und auch in der EP245-Zeitreihe sind solche Abschnitte gefunden worden. Nach einem Test auf Signifikanz mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % ist aber nur in der EP160-Zeitreihe ein signifikanter Abschnitt enthalten. Die RQA-Größen, besonders Rekurrenzrate, Determinismus und mittlere Diagonallänge, in diesem Abschnitt (Abbildung 5.8) zeigen ein ähnliches Verhalten wie die entsprechenden RQA-Größen der Jujuy-Niederschlagszeitreihe (Abbildung A.15). Die Rotintensität der Warven verhält sich antikorreliert zum SOI, wenn sie zum TADI korreliert sind und umgekehrt (je nach Zeitverzögerung). Welche Zeitverzögerung (im Sinne einer Feinabstimmung) nun der Realität entspricht, ist nicht erkennbar. Damit ist auch nicht zu bestimmen, ob nun die Dynamik der Rotintensität mit dem TADI korreliert und dem SOI antikorreliert oder ob die Korrelationen genau umgekehrt sind. Desweiteren muß an dieser Stelle noch ein Signifikanztest entwickelt werden, der die zeitliche Korrelation in den RQA-Datenreihen bewertet.

6.3 Kritik und Ausblick

Die dieser Arbeit zugrundeliegende Methode, die statistische Bewertung von Recurrence Plots, ist sehr neu und daher noch nicht ausreichend untersucht. In den bisher erschienenen Veröffentlichungen wird die Methode ohne tiefere Begründung angewendet. Theoretische Betrachtungen gibt es dazu meist nicht.

Bereits beim Austesten der Methode mit bekannten deterministischen Beispielen fiel eine starke sensitive Abhängigkeit der RQA-Größen von allen zur Konstruktion der Recurrence Plots nötigen Parameter auf. In dieser Arbeit wurden diese Parameter für alle Zeitreihen nach einem bestimmten Verfahren abgeschätzt (Abschnitt 4.3 und Anhang B). Trotzdem konnte nicht abschließend geklärt werden, ob diese Parameter und Abschätzverfahren auch wirklich optimal sind. Beim Test der RQA-Werte aus den Recurrence Plots über Korrelationsanalysen könnte sich z. B. die Verwendung von gleichen Einbettungsparametern für die zu untersuchenden Zeitreihen als günstiger erweisen. Für die Bestimmung der RQA-Größen wurden Mindestlängen eingeführt, ab denen diagonal oder vertikal angeordnete Rekurrenzpunkte als Diagonallinien bzw. Vertikallinien gezählt werden. Die Wahl hängt sicherlich von der zeitlichen Korrelation innerhalb einer Zeitreihe ab. In dieser Arbeit wurde der Wert durch Austesten anhand der Klimazeitreihen und anhand von stochastischen Daten ermittelt, was keine sehr befriedigende Methode ist. Dem Einfluß verschiedener Mindestlängen auf die RQA-Werte konnte auch nicht ausreichend nachgegangen werden, was noch nachzuholen wäre.

Die neuentwickelte RQA-Größe MVD zeigt Lokalitäten im Phasenraum, wo sich Zustände über eine längere Zeit nicht verändern. Damit ließen sich in der logistischen Abbildung die Bandverschmelzungspunkte auffinden. Ansatzweise Tests mit anderen Systemen (KRAMERS überdämpfter Oszillator, LORENZ-System) lassen die Hoffnung zu, daß man damit instabile periodische Orbits im Phasenraum finden kann. Dieser Ansatz soll weiterverfolgt werden.

Bei der Verwendung von Cross Recurrence Plots fehlen generell Erfahrungen und Bewertungen der Methode (bisher erst eine Veröffentlichung zu dieser Methode). Aus diesem Grunde sind alle Aussagen in dieser Arbeit, die mit dieser Methode gewonnen wurden, mit Vorsicht zu genießen. Ein intensives Austesten der Möglichkeiten dieser Methode ist unbedingt nachzuholen. Es sollte z. B. der Test auf Antikorrelation verallgemeinert werden, indem nicht nur in jeder Dimension ein Vorzeichenwechsel durchgeführt wird (vollständige Rauminversion), sondern der Vorzeichenwechsel für jede Dimension einzeln untersuchbar gemacht wird (Spiegelungen). Bereits die wenigen Anwendungen, hier in dieser Arbeit auf Klimazeitreihen und auch unabhängig davon auf chaotische Systeme, ließen erkennen, wie mächtig diese Methode zu sein scheint. In ihr steckt noch ein großes, unerforschtes Potential.

Die Anwendung der o. g. Methoden erfolgte auf natürliche Zeitreihen, die sich durch Instationaritäten und Ausreißer auszeichnen. Ausreißer und generell Zustände, die nur sehr selten auftreten, verursachen Lücken in den Recurrence

Plots. Ein Verfahren, wodurch der Recurrence Plot homogener wird, ist die Umskalierung der Zeitreihe auf eine Gleichverteilung. Besonders bei der Berechnung der Cross Recurrence Plots läßt sich damit noch eine deutliche Verbesserung der Aussagen erwarten.

Die Idee, mit Korrelationen zwischen RQA-Größen verschiedener Zeitreihen Ähnlichkeiten im Phasenraum zu finden, erscheint zwar vielversprechend, war in dieser Arbeit aber nicht von Erfolg gekrönt. Die Korrelationen zwischen den RQA-Größen der unabhängigen, stochastischen Daten hatten dieselbe Größenordnung wie die Korrelationen der Klimazeitreihen. Wenn die Klimazeitreihen aber tatsächlich nicht unabhängig voneinander sind, kann ein Mangel in der Methode vorliegen. Sie könnte wahrscheinlich noch verbessert werden, indem für alle Zeitreihen gleiche Parameter zur Einbettung verwendet und die Zeitreihen auf Gleichverteilung transformiert werden. Sollte das ebenso keinen Erfolg haben, muß diese Methode als ungeeignet für diesen Zweck erachtet werden.

Die Anomalie der Oberflächenwassertemperatur des tropischen Atlantiks wurde in dieser Arbeit zu einem Index zusammengefaßt, in den die Anomalie nördlich und südlich des Äquators einfließt, um dem unterstellten dipolartigen Verhalten Genüge zu tragen. Die Existenz solch eines Dipols ist aber in der Fachwelt umstritten. Viel eher sei der nördliche Teil des „Dipols“ vom südlichen Teil völlig unabhängig. Der Einfluß des Atlantiks auf Südamerika geht ohnehin nur von dem nördlichen Teil des Atlantiks aus, so daß der Test auf einen atlantischen Einfluß nur mit einem Datensatz mit den Anomalien dieses nördlichen Teils des tropischen Atlantiks gemacht werden sollte.

Aus der Jahresverteilung der monatlichen Niederschläge sowie der Rotintensitäten der Warven kann man eine Transferfunktion konstruieren, die es ermöglicht, die Rotintensitäten zurückzurechnen auf den Niederschlag. Obwohl die Niederschläge aus heutiger Zeit stammen, die Warven 30 000 Jahre alt sind und solch eine Transferfunktion zwischen Regenfall und Massetransport/Sedimenteintrag von äußeren Bedingungen abhängt, wäre dieses Verfahren in erster Näherung eine wesentliche Verbesserung gegenüber der Verwendung der reinen Rotintensitäten, denn extreme Niederschlagskontraste (Regen- und Trockenzeiten) hat es vor 30 000 Jahren bereits gegeben.

6.4 Geologische Schlußbetrachtung

Die geologische Ausgangsfragestellung sucht nach der Antwort, ob sich in der Umgebung des Bergsturzes von El Paso der Einfluß der El Niño/Southern Oscillation in den letzten 30 000 Jahren dahingehend verändert hat, daß früher El Niño-Ereignisse für höhere Niederschläge verantwortlich waren, während es heute El Niña-Ereignisse sind. Die nichtlineare Methode der quantitativen Analyse von Cross Recurrence Plots kann auf diese Frage eine Antwort – wenn auch sehr spekulativ – geben.

In den Warven wurde im Vergleich mit der El Niño/Southern Oscillation ein Verhalten in der Dynamik gefunden, das dem von den heutigen Niederschlägen der Station Jujuy und auch der Station Salta ähnelt. Hingegen ist das Verhalten der Dynamik der Station Tucuman anders. Tucuman liegt in einem Einflußbereich der El Niño/Southern Oscillation, in dem es während El Niño-Jahren stärkere Niederschläge gibt. In Salta und Jujuy regnet es dagegen während La Niña-Jahren mehr. Demzufolge spiegeln sich in den kräftig roten Horizonten der Warven *La Niña-Ereignisse* wider. Die Art des Einflusses der El Niño/Southern Oscillation auf den Niederschlag bei El Paso vor 30 000 Jahren entspricht dem heutigen Einflußcharakter im nördlichen und nordwestlichen Teil des Untersuchungsgebietes. Im mittleren (El Paso) und südlichen Teil ist der heutige Einfluß der El Niño/Southern Oscillation auf den Niederschlag sehr gering. Die Dynamik in den Warvenzeitreihen könnte also – im Vergleich zur heutigen Zeit – auf eine verstärkte Kopplung zwischen den lokalen Niederschlägen bei El Paso und der El Niño/Southern Oscillation vor 30 000 Jahren hinweisen.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Am Ostrand der Anden in NW Argentinien wurden von Potsdamer Geologen Felsstürze dokumentiert, die in bestimmten erdgeschichtlichen Epochen (vor 25 000 bis 30 000 Jahren) gehäuft auftraten. Eine potentielle Erklärung für die zeitliche Häufung sind Änderungen im lokalen Wettergeschehen. In der heutigen Zeit wird das Wetter in Südamerika indirekt von Klimaoszillationen im Pazifik und Atlantik beeinflusst, die als El Niño und Tropischer Atlantischer Dipol bekannt sind. Das Auftreten eines El Niño-Einflusses zur Zeit der Felsstürze könnte einen verstärkten Niederschlagskontrast zwischen Regen- und Trockenzeiten zur Folge haben, was wiederum für das gehäufte Auftreten von Felsstürzen verantwortlich wäre. Ein Felssturz dämmte vor 30 000 Jahren den Abfluß des Santa-Maria-Beckens ab und staute einen See auf. Am Grunde des Sees lagerten sich gebänderte Tone ab, sogenannte Warven, die sich durch Kieselalgeschichten in einzelne Jahre aufteilen lassen. Die Färbung der Warven kann als Niederschlagsanzeiger für die Lokalität des Bergsturzes verwendet werden. Dadurch ließ sich eine Zeitreihe rekonstruieren, die den Niederschlag vor 30 000 Jahren repräsentiert und die Untersuchung eines Einflusses von El Niño und Tropischen Atlantischen Dipol ermöglicht.

Mit Hilfe zweier neuer Methoden aus der nichtlinearen Zeitreihenanalyse, der quantitativen Analyse von Recurrence Plots und der Konstruktion von Cross Recurrence Plots, sollte die Dynamik in dem Niederschlag, der sich in den Warven widerspiegelt, mit der Dynamik des heutigen El Niños sowie des Tropischen Atlantischen Dipols verglichen werden. Dazu wurde in einem ersten Schritt mit diesen Methoden der Einfluß des El Niños und Tropischen Atlantischen Dipols auf den heutigen Niederschlag untersucht. Drei Niederschlagsmeßstationen wurden dafür untersucht, die verschiedene Einflußbereiche der El Niño/Southern Oscillation repräsentieren: Tucuman, Jujuy und Salta. Im zweiten Schritt wurden in den Warvendaten Abschnitte gesucht, die Eigenschaften aufweisen, die mit Eigenschaften in den heutigen Klimazeitreihen gut übereinstimmen. Diese Methoden vergleichen das Phasenraumverhalten der in den Phasenraum eingebetteten Zeitreihen. Dabei erfolgt der Vergleich über eine Korrelationsanalyse von

Größen, die aus der quantitativen Analyse von Recurrence Plots berechnet werden bzw. direkt über Größen, die man aus der quantitativen Analyse von Cross Recurrence Plots erhält. Die Signifikanz der Methoden wurde mit Ersatzdaten, die aus autoregressiven Prozessen konstruiert wurden, abgeschätzt.

Im Ergebnis der Korrelationsanalyse von Größen aus Recurrence Plots zeigen sämtliche Zeitreihen keine Ähnlichkeiten in ihrer Dynamik, obwohl diese nach linearen Korrelationsanalysen der Zeitreihen erwartet wurden. Der Vergleich durch Anwendung von Cross Recurrence Plots zeigt dagegen Zusammenhänge. Die Dynamik des Niederschlages in Salta antikorreliert mit der der El Niño/Southern Oscillation, die Dynamik des Niederschlages in Jujuy korreliert mit dem Tropischen Atlantischen Dipol und der Niederschlag von Tucuman zeigt keine signifikante Beeinflussung durch El Niño und Tropischen Atlantischen Dipol. In den Warven wurde ein Abschnitt gefunden, deren Farbintensität ein ähnliches Verhalten in der Dynamik zeigt, wie der Niederschlag der Stationen Jujuy und Salta in heutiger Zeit. Es ist aber nicht eindeutig festzustellen, ob die Farbintensität mit El Niño oder Tropischem Atlantischen Dipol korreliert bzw. antikorreliert. Zwischen dem Tropischen Atlantischen Dipol und dem El Niño wurde kein trivialer Zusammenhang festgestellt, in dem Sinne, daß sich die Temperatur im Atlantik während eines El Niños erhöht. Es gibt aber einen Zusammenhang in umgekehrter Zeitrichtung. Der El Niño-Index folgt mit 14 Monaten Abstand dem Index, der den Tropischen Atlantischen Dipol charakterisiert.

Die verwendeten nichtlinearen Methoden sind sehr neu und zeigen daher einige Mängel, die durch weitere Untersuchungen bzw. Entwicklungen der Methoden vermindert werden können. Die Analyse der Klimazeitreihen und auch die Anwendung der Methoden auf verschiedene deterministische und chaotische Systeme zeigt jedoch, daß diese Methoden sehr vielversprechend für den Vergleich des dynamischen Verhaltens verschiedener Systeme sind.



Danksagung

Nichts beflügelt die Wissenschaft so, wie ein Schwatz mit Kollegen auf dem Flur.
(Arno Penzias, Physik-Nobelpreisträger)

Für meine Diplomarbeit hatte ich mir zum Ziel gesetzt, daß sie interdisziplinär ausgerichtet sein und den Brückenschlag zwischen Physik und Geologie beinhalten müsse. Die nun vorliegende Diplomarbeit erfüllt mein gestecktes Ziel. In der Arbeitsgruppe Nichtlineare Dynamik der Universität Potsdam fand ich ein sehr interessantes interdisziplinäres Thema und großes Entgegenkommen für meine Vorstellungen. Frau Prof. Bahr (TU Dresden) übernahm die Betreuung trotz der Entfernung zu Potsdam, und der Prüfungsausschuß der Fachrichtung Physik der TU Dresden gewährte mir die Möglichkeit, die Diplomarbeit zu großen Teilen in Potsdam schreiben zu können. Für diese Unterstützung möchte ich mich besonders bei Frau Prof. Bahr, Herrn Prof. Kurths (Uni Potsdam) und dem Prüfungsausschuß der Fachrichtung Physik bedanken. Frau Prof. Ute Bahr und Herrn Prof. Jürgen Kurths gebührt herzlicher Dank für die Betreuung während der Arbeit, ebenso Herrn Dr. Udo Schwarz (Uni Potsdam) für die Einführung in die nichtlineare Zeitreihenanalyse und die vielen Hinweise und fruchtbaren Diskussionen.

Ein besonderer Dank geht an das Institut für Geowissenschaften der Universität Potsdam, vor allem an Herrn Dr. Martin Trauth, für das interessante Thema, die fachliche Beratung, die anregenden Diskussionen und die Nutzung der Rechnerkapazitäten und außerdem dafür, daß mir eine Exkursion in das Forschungsgebiet in den argentinischen Anden ermöglicht wurde.

Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern, Lara Subašić, Christine Ziehmann und all jenen ungenannten danken, die mit Rat und Tat, Aufmunterung und sonstiger Unterstützung mir die Durchführung dieser Arbeit und den Abschluß des Studiums ermöglicht haben.

Literatur

- /1/ ACEITUNO, P.: On the Functioning of the Southern Oscillation in the South American Sector. Part I: Surface Climate. In: *Monthly Weather Review* **116** (1988), 505–524
- /2/ ARGYRIS, J., G. Faust, M. Haase: *Die Erforschung des Chaos: Studienbuch für Naturwissenschaftler und Ingenieure.*- Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1995
- /3/ ATAY, F. M., Y. Altıntaş: Recovering smooth dynamics from time series with the aid of recurrence plots. In: *Physical Review E* **59** (1999), 6593–6598
- /4/ BIANCHI, A. R., C. E. Yañez: *Las Precipitaciones en el Noroste Argentino.*- Instituto Nacional de Tecnologia Agropecuaria, Estacion Experimental Agropecuaria Salta, 1992.
- /5/ CARTON, J. A., B. Huang: Warm Events in the Tropical Atlantic. In: *Journal of Physical Oceanography* **24** (1994), 888–903
- /6/ CASDAGLI, M. C.: Recurrence plots revisited. In: *Physica D* **108** (1997), 12–44
- /7/ CHANG, P., L. Ji, H. Li: A decadal climate variation in the tropical Atlantic Ocean from thermodynamic air-sea interactions. In: *Nature* **385** (1997), 516–518
- /8/ ECKMANN, J.-P., S. Oliffson Kamphorst, D. Ruelle: Recurrence Plots of Dynamical Systems. In: *Europhysics Letters* **4** (1987), 973–977
- /9/ ENFIELD, D. B., D. A. Mayer: Tropical Atlantic SST Variability and Its Relation to El Niño–Southern Oscillation. In: *Journal of Geophysical Research* **102** (1996), 929–945
- /10/ FAURE, P., H. Korn: A new method to estimate the Kolmogorov entropy from recurrence plots: its application to neuronal signals. In: *Physica D* **122** (1998), 265–279

-
- /11/ HERMANN, R. L., M. R. Strecker: Structural and lithological controls on large Quaternary rock avalanches (sturzstroms) in arid northwest Argentina. In: GSA Bulletin **111** (1999), 934–948
- /12/ HONERKAMP, J.: Stochastische Dynamische Systeme: Konzepte, numerische Methoden, Datenanalysen.- Weinheim, Basel, Cambridge, New York: VCH, 1990
- /13/ IWANSKI, J. S., E. Bradley: Recurrence plots of experimental data: To embed or not to embed? In: Chaos **8** (1998), 861–871
- /14/ JOUSSAUME, S.: Klima: gestern – heute – morgen.- Berlin: Springer, 1966
- /15/ KANTZ, H., T. Schreiber: Nonlinear time series analysis.- Cambridge: University Press, 1997
- /16/ KOEBBE, Matthew, G. Mayer-Kress: Use of Recurrence Plots in the Analysis of Time-Series Data, in: Nonlinear Modeling and Forecasting, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Proc. Vol. XXI, (eds.: M. Casdagli & S. Eubank).- Santa Fe: Addison-Wesley, 1992, 361–378
- /17/ KURTHS, J., U. Schwarz, C. P. Sonett, U. Parlitz: Testing for Nonlinearity in Radiocarbon Data. In: Nonlinear Processes in Geophysics **1** (1994), 72–75
- /18/ MARSHALL, J., Y. Kushnir: Atlantic Climate Variability. White Paper.- <http://geoid.mit.edu/accp/avehtml.html>.- Januar 1999
- /19/ MCGUIRE, G., N. B. Azar, M. Shelhamer: Recurrence matrices and the preservation of dynamical properties. In: Physics Letters A **237** (1997), 43–47
- /20/ PHILANDER, S. G.: El Niño, La Niña, and the southern oscillation.- San Diego: Academic Press, 1997
- /21/ ROPELEWSKI, C. F., M. S.: Global and Regional Scale Precipitation Patterns Associated with the El Niño/Southern Oscillation. In: Monthly Weather Review **115** (1987), 1606–1626
- /22/ SACHS, L.: Angewandte Statistik.- Berlin: Springer-Verlag, 1992
- /23/ SCHLITTEGEN, R., B. Streitberg: Zeitreihenanalyse.- München, Wien: Oldenbourg, 1997
- /24/ SCHWARZ, U., A. O. Benz, J. Kurths, A. Witt: Analysis of Solar Spike Events by Means of Symbolic Dynamics Methods. In: Astronomie und Astrophysik **277** (1993), 215–224
- /25/ SCHWARZ, U.: Dissertation: Zeitreihenanalyse astrophysikalischer Aktivitätsphänomene.- Potsdam: Universität Potsdam, 1994

-
- /26/ TAKENS, F.: Detecting Strange Attractors in Turbulence/ Lecture Notes in Mathematics 898.- Berlin: Springer-Verlag, 1981
- /27/ THEILER, J., B. Galdrikian, A. Longtin, S. Eubank, J. Doyne Farmer: Using Surrogate Data to Detect Nonlinearity in Time Series. In: Nonlinear Modeling and Forecasting, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Proc. Vol. XXI, (eds.: M. Casdagli & S. Eubank).- Santa Fe: Addison-Wesley, 1992, 163–188
- /28/ TRAUTH, M. H., M. R. Strecker: Formation of landslide-dammed lakes during a wet period between 40,000 – 25,000 yr B.P. in northwestern Argentina. In: Palaeogeography Palaeoclimatology Palaeoecology **153** (1999), 277–287
- /29/ TRULLA, L. L., A. Giuliani, J. P. Zbilut, C. L. Webber Jr.: Recurrence quantification analysis of the logistic equation with transients. In: Physics Letters A **223** (1996), 255–260
- /30/ WEBBER JR. C. L., J. P. Zbilut: Dynamical assessment of physiological systems and states using recurrence plot strategies. In: Journal of Applied Physiology **76** (1994), 965–973
- /31/ ZBILUT, J. P., C. L. Webber Jr.: Embeddings and delays as derived from quantification of recurrence plots. In: Physics Letters A **171** (1992), 199–203
- /32/ ZBILUT, J. P., C. L. Webber Jr.: Detecting deterministic signals in exceptionally noisy environments using cross-recurrence quantification. In: Physics Letters A **246** (1998), 122–128
- /33/ SOI-Index 1876 bis aktuell (Commonwealth Bureau of Meteorology, Australia): <http://www.bom.gov.au/climate/current/soihtml1.shtml>, Oktober 1998
- /34/ Kalt- und Warmphasen des ENSO (National Oceanic and Atmospheric Administration, USA):
http://nic.fb4.noaa.gov:80/products/analysis_monitoring/ensostuff/ensoyears.html,
September 1999
- /35/ Climate Server der NOAA:
http://ferret.wrc.noaa.gov/fbin/climate_server/,
Januar 1999

Anhang A

Abbildungen und Tabellen

A.1 Kreuzkorrelationen

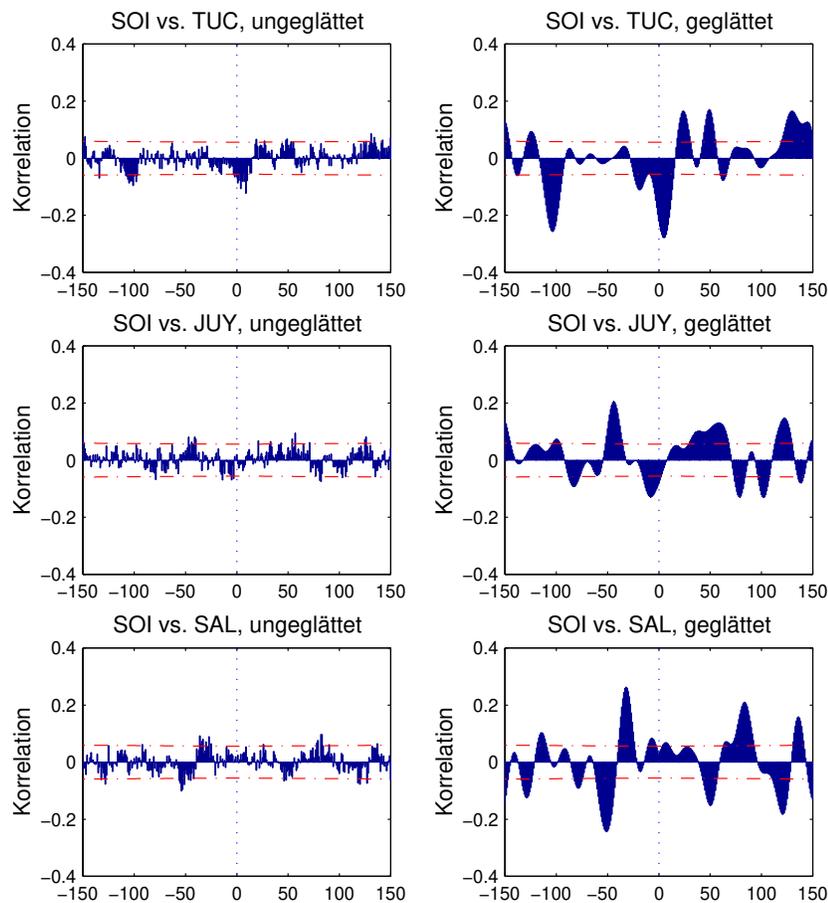


Abbildung A.1: Kreuzkorrelationen zwischen SOI und den Niederschlägen (ungeglättet und geglättet; Strich-Punkt-Linie bedeutet Signifikanzschwelle; Zeitachse in Monatsteilung).

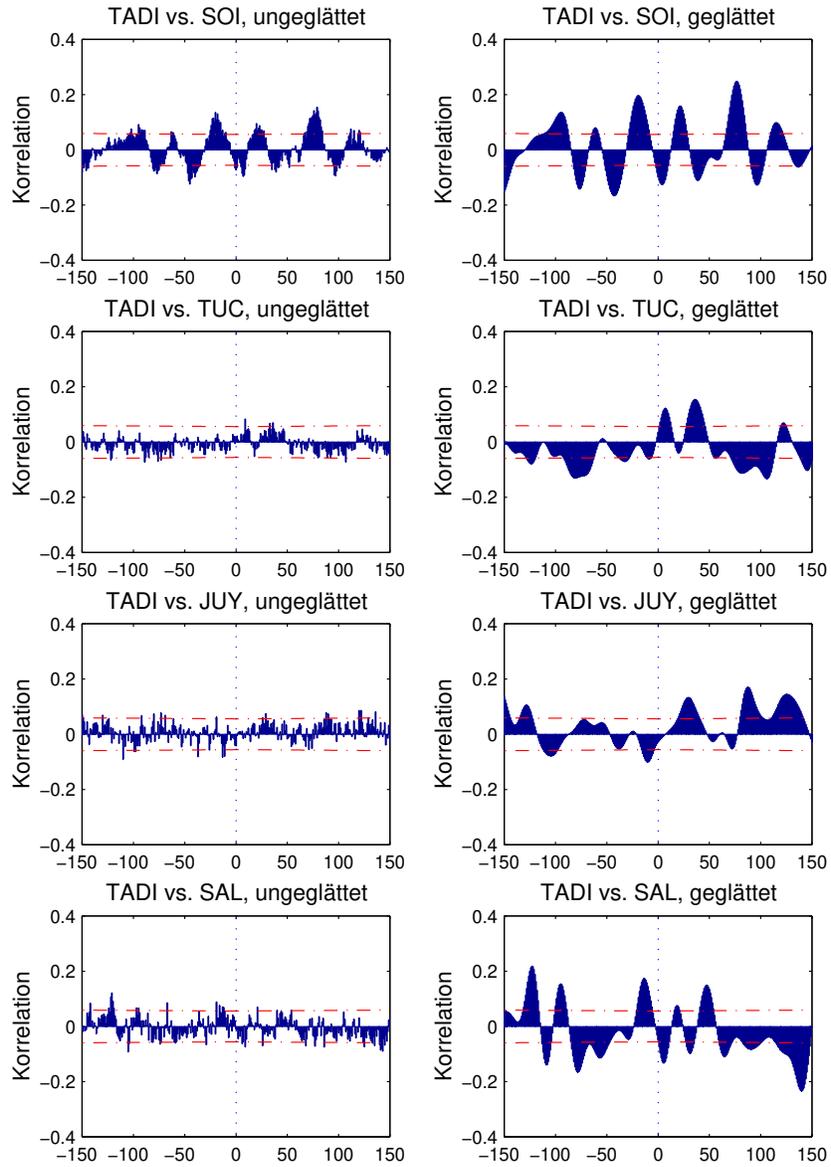


Abbildung A.2: Kreuzkorrelationen zwischen TADI und SOI sowie den Niederschlägen (ungeglättet und geglättet; Zeitachse in Monatsteilung).

A.2 Abhängigkeit von Fenster und Schwellwert

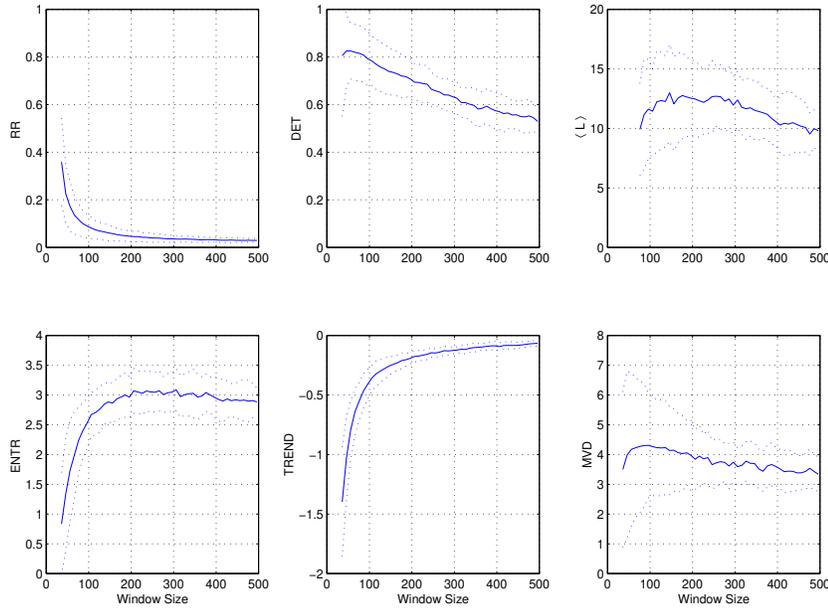


Abbildung A.3: SOI, geglättet: RQA-Größen in Abhängigkeit von der Fensterlänge w . Die Zeitreihe umfaßt 1284 Werte, die Fensterlänge variiert von 36 bis 500. Als Einbettungsparameter wurden verwendet: $m = 3$, $\tau = 10$, $\varepsilon = 0.5$.

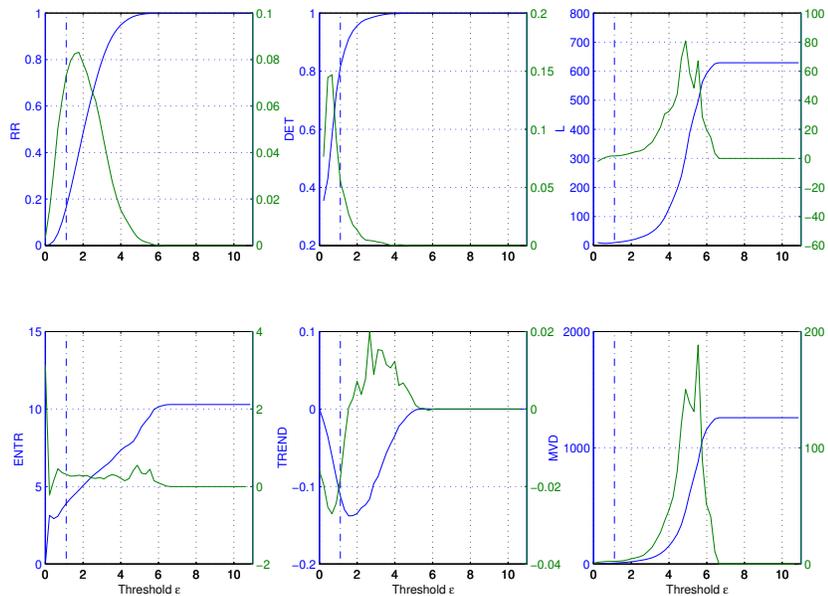


Abbildung A.4: SOI, geglättet: RQA-Größen in Abhängigkeit vom Schwellenwert ε . Die Zeitreihe umfaßt 800 Werte, ε variiert von 0 bis 11 (in Einheiten der Standardabweichung). Als Einbettungsparameter wurden verwendet: $m = 3$, $\tau = 10$, $w = 800$.

A.3 Recurrence Plots der Zeitreihen

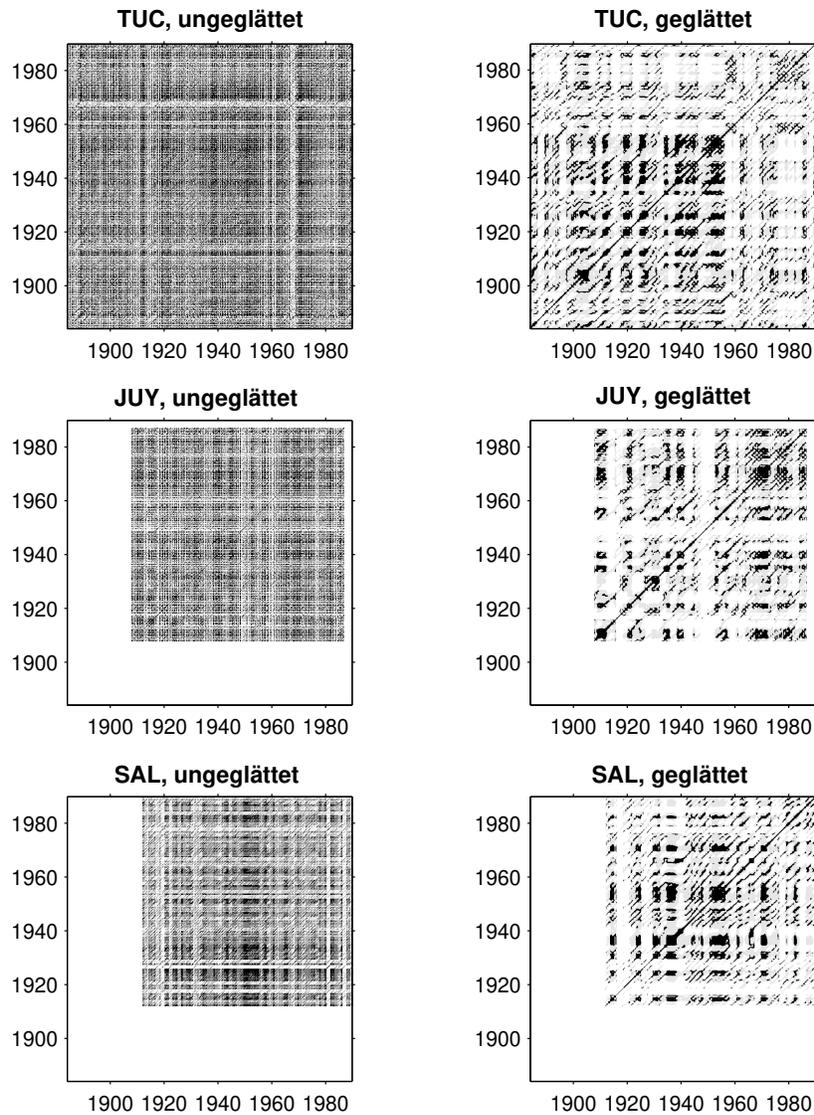


Abbildung A.5: Recurrence Plots der Niederschlagszeitreihen Tucuman, Jujuy und Salta (Parameter siehe Abschnitt 5.1.3).

A.3 Recurrence Plots der Zeitreihen

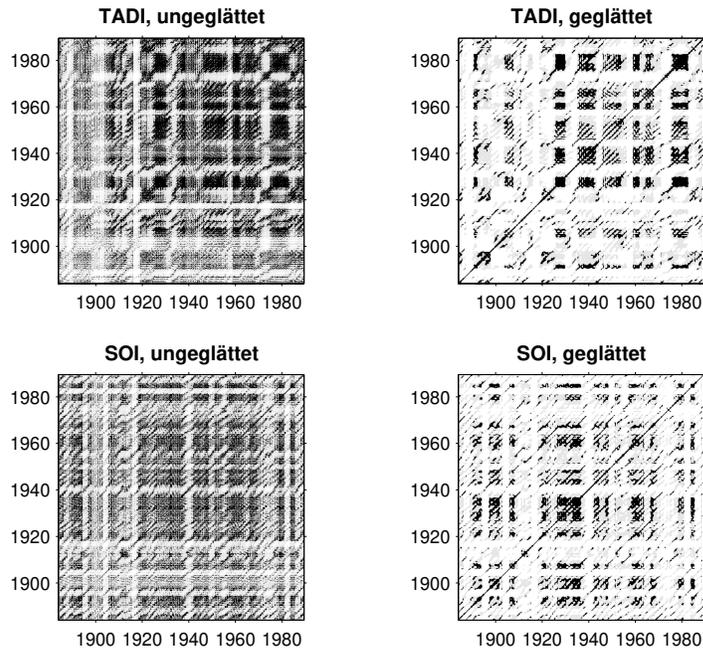


Abbildung A.6: Recurrence Plots von Tadi und SOI (Parameter siehe Abschnitt 5.1.3).

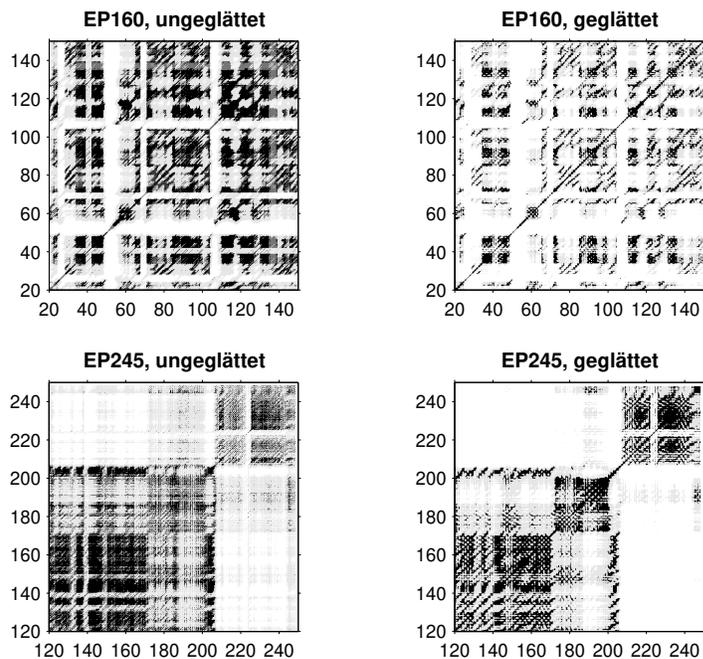


Abbildung A.7: Recurrence Plots der Warzenzeitreihen EP160 und EP245 (Parameter siehe Abschnitt 5.1.3; x -Achse: Jahresskala).

Tabelle A.1: Visuelle Charakterisierung der Recurrence Plots der Zeitreihen.

Zeitreihe	Typologie	Textur
TADI		
<i>ungefiltert</i>	periodisch mit Drift am Beginn des Recurrence Plots (bis etwa 1905); vertikale und horizontale Lücken.	Diagonallinien im Abstand von etwa 2 bis 4 und von 9 bis 12 Jahren (letztere in den Lücken); Cluster im Abstand von 6 bis 7 und 10 bis 13 Jahren.
<i>geglättet</i>	periodisch mit Drift am Beginn des Recurrence Plots; vertikale und horizontale Lücken.	Diagonallinien im Abstand von etwa 2 und von 10 bis 13 Jahren; Cluster im Abstand von etwa 6 und 10 bis 13 Jahren.
SOI		
<i>ungefiltert</i>	periodisch; vertikale und horizontale Lücken.	Diagonallinien im Abstand von etwa 2 bis 3 und von 4 bis 5 Jahren; kaum Cluster.
<i>geglättet</i>	periodisch, etwas Drift ab 1965; vertikale und horizontale Lücken.	Diagonallinien im Abstand von etwa 2 bis 3 und von 4 bis 6 Jahren; Cluster im Abstand von 4 bis 7 Jahren.
Tucuman		
<i>ungefiltert</i>	periodisch; etwas Drift am Ende der Zeitreihe (Aufhellen); vertikale und horizontale Lücken (Zeiten siehe bei gefilterter Zeitreihe).	lange Diagonalstrukturen im Abstand von einem Jahr; kaum vertikale Linien/ Cluster.
<i>monatsmittelwert-reduziert</i>	nicht offensichtlich periodisch; homogen; vertikale und horizontale Lücken.	Diagonalstrukturen sind nur undeutlich zu erkennen, sie haben größere Perioden als ein Jahr; vertikale Linien treten häufig auf (Länge aber nie größer als ein Jahr).
<i>geglättet</i>	periodisch; Drift ab etwa 1955; vertikale und horizontale Lücken.	Diagonallinien im Abstand von etwa 2 bis 3 Jahren; Cluster im Abstand von 3 bis 4 und etwa 6 und 8 Jahren.

Fortsetzung auf nächster Seite

Fortsetzung der Tabelle A.1

Juju

*monats-
mittelwert-
reduziert
geglättet*

homogen (keine Drift erkennbar); vertikale und horizontale Lücken.
periodisch; vertikale und horizontale Lücken.

Diagonalstrukturen sind erkennbar (Abstände aber sehr unterschiedlich).
Diagonallinien im Abstand von etwa 2 und von 3 bis 4 Jahren; Cluster im Abstand von 3.5 bis 5 und 6 bis 7 Jahren.

Salta

*monats-
mittelwert-
reduziert*

etwas Drift ab 1960; vertikale und horizontale Lücken.

Diagonalstrukturen sind nur undeutlich zu erkennen, sie haben größere Perioden als ein Jahr; vertikale Linien treten häufig auf (Länge aber nie größer als ein Jahr).

geglättet

periodisch; vertikale und horizontale Lücken.

Diagonallinien im Abstand von etwa 2 bis 3 Jahren; Cluster im Abstand von 3.5 bis 5 und 6 bis 7 Jahren.

Warven EP160

*monats-
mittelwert-
reduziert*

periodisch; Drift; breite vertikale und horizontale Lücken.

Diagonallinien im Abstand von 3 bis 5 Jahren; Cluster im Abstand von etwa 8 bis 11 Jahren.

geglättet

periodisch; Drift; breite vertikale und horizontale Lücken.

Diagonallinien im Abstand von 3.5 bis 5 Jahren; Cluster im Abstand von 8 bis 10 Jahren.

Warven EP245

*monats-
mittelwert-
reduziert*

periodisch; Drift; vertikale und horizontale Lücken.

Diagonallinien im Abstand von 2 bis 5 Jahren; Cluster im Abstand von etwa 4, 6 und 8 Jahren.

geglättet

periodisch; Drift; vertikale und horizontale Lücken.

Diagonallinien im Abstand von 3.5 bis 6 und von 8 Jahren; Cluster im Abstand von 8 bis 10 und von 12 Jahren.

A.4 RQA der Zeitreihen

Ungeglättete Daten

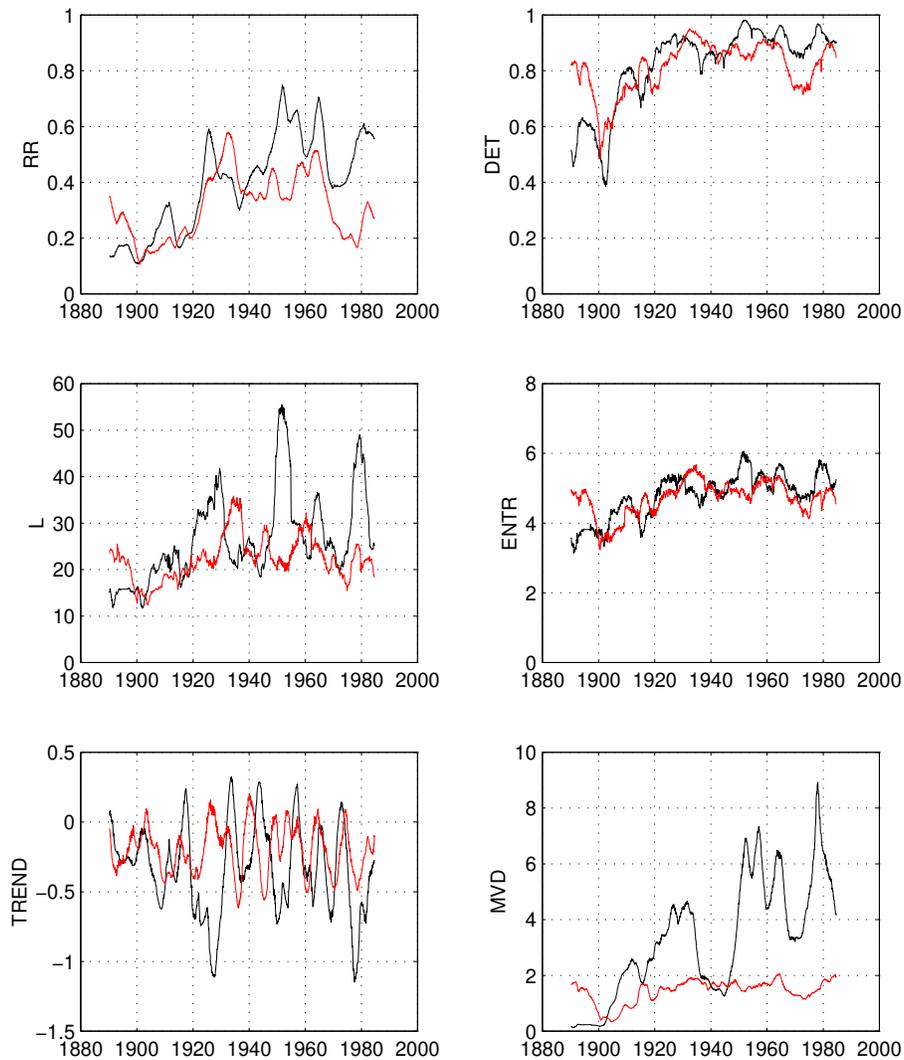


Abbildung A.8: RQA-Werte der ungeglätteten TADI- und SOI-Zeitreihen (*schwarz:* TADI, *grau:* SOI; Parameter siehe Abschnitt 5.1.3).

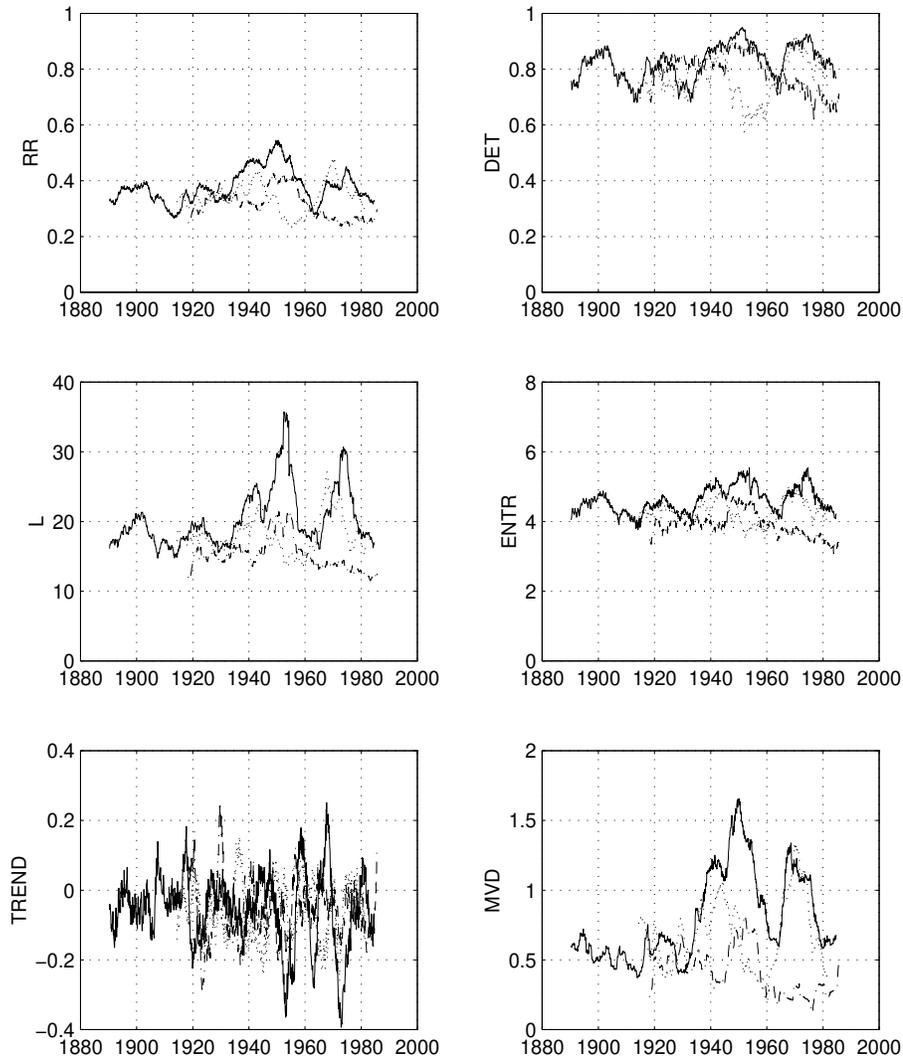


Abbildung A.9: RQA-Werte der ungeglätteten Niederschlagszeitreihen (*durchgezogen:* Tucuman, *gepunktet:* Jujuy, *Strich-Punkt:* Salta; Parameter siehe Abschnitt 5.1.3).

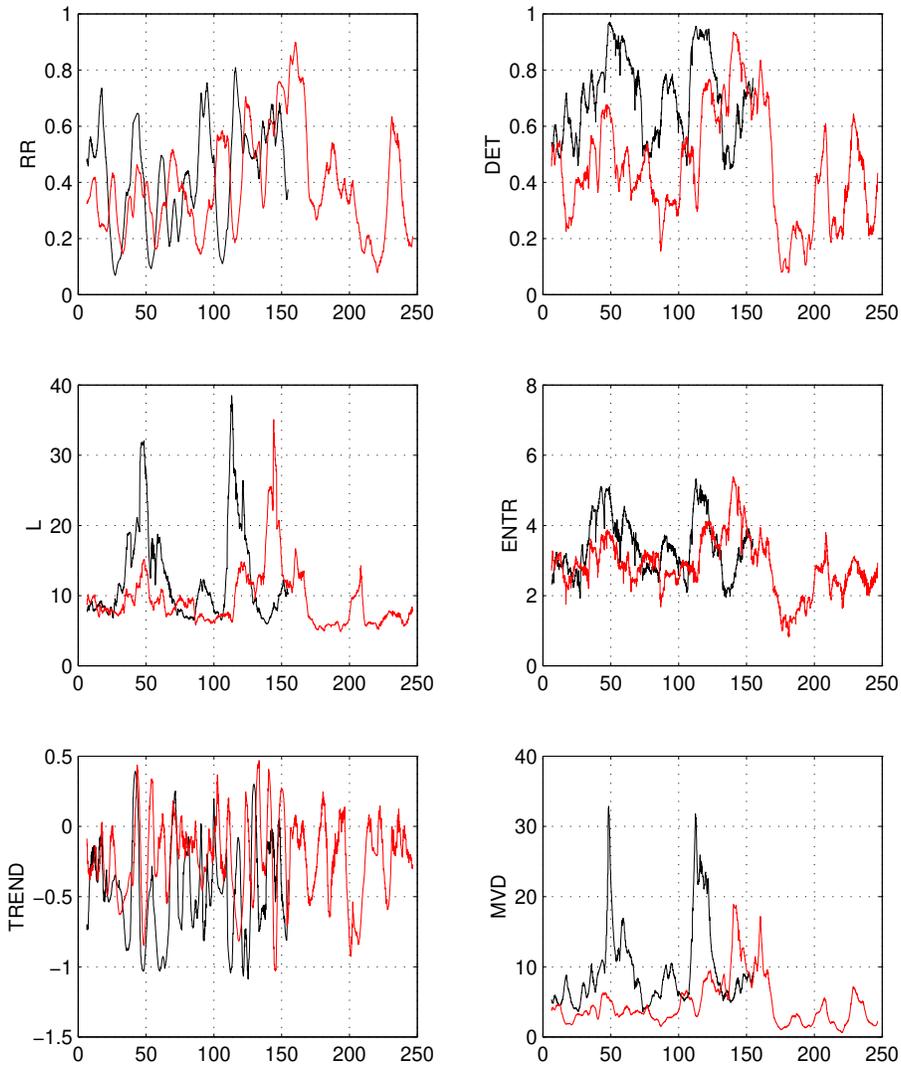


Abbildung A.10: RQA-Werte der ungeglätteten Warvenzeitreihen (*schwarz:* EP160, *grau:* EP245; Parameter siehe Abschnitt 5.1.3; *x*-Achse: Jahresskala).

Ungeglättete Daten

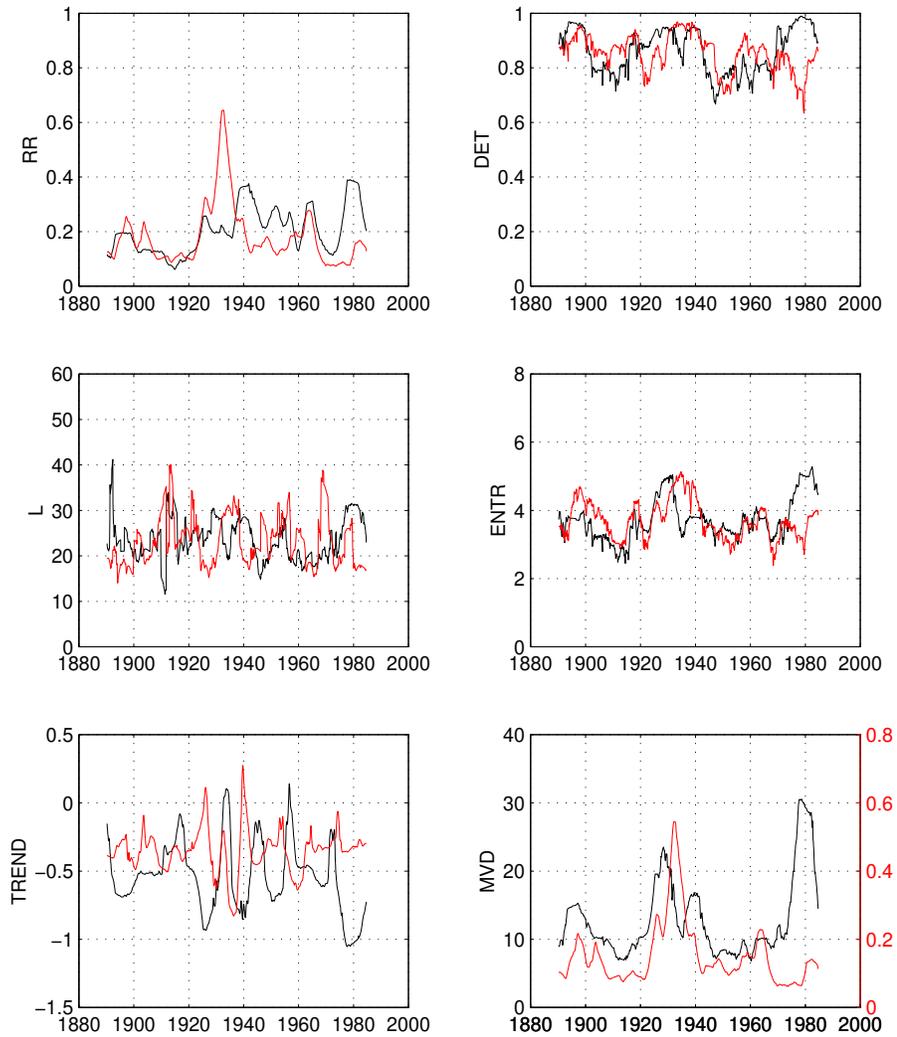


Abbildung A.11: RQA-Werte der geglätteten TADI- und SOI-Zeitreihen (*schwarz*: TADI, *grau*: SOI; Parameter siehe Abschnitt 5.1.3).

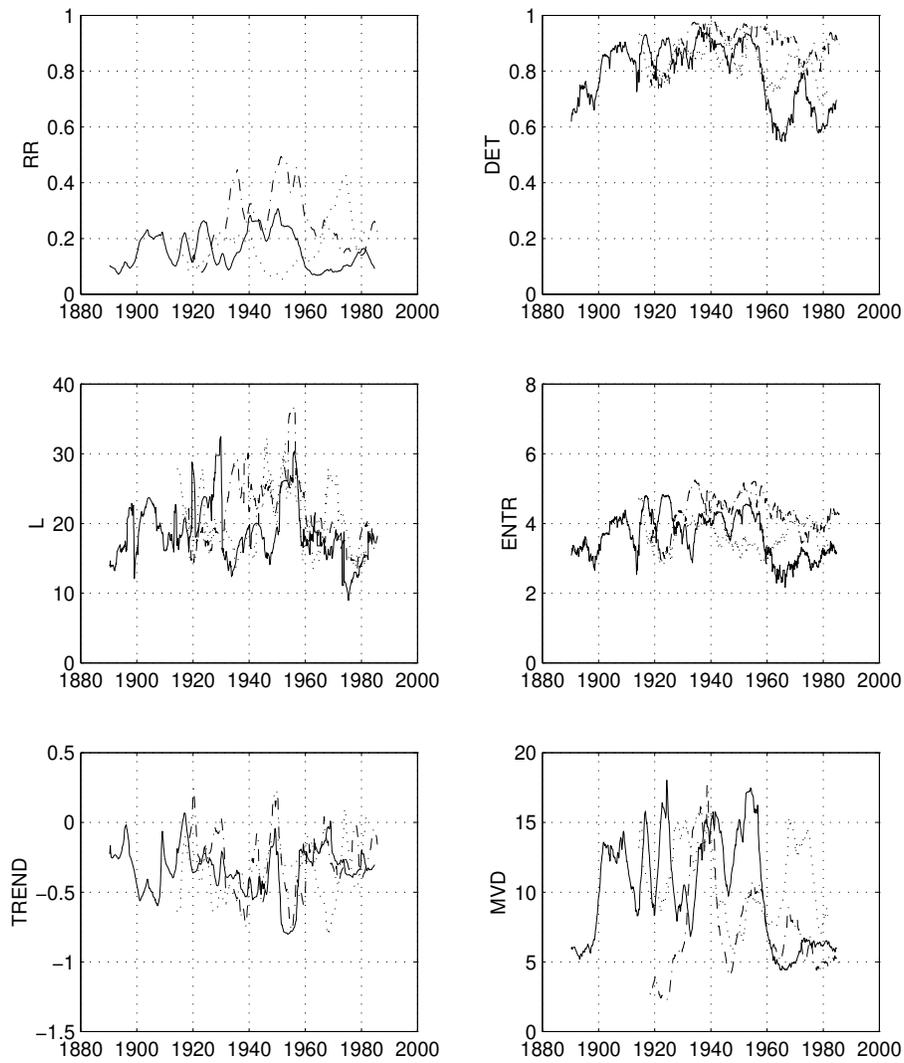


Abbildung A.12: RQA-Werte der geglätteten Niederschlagszeitreihen (*durchgezogen:* Tucuman, *gepunktet:* Jujuy, *Strich-Punkt:* Salta; Parameter siehe Abschnitt 5.1.3).

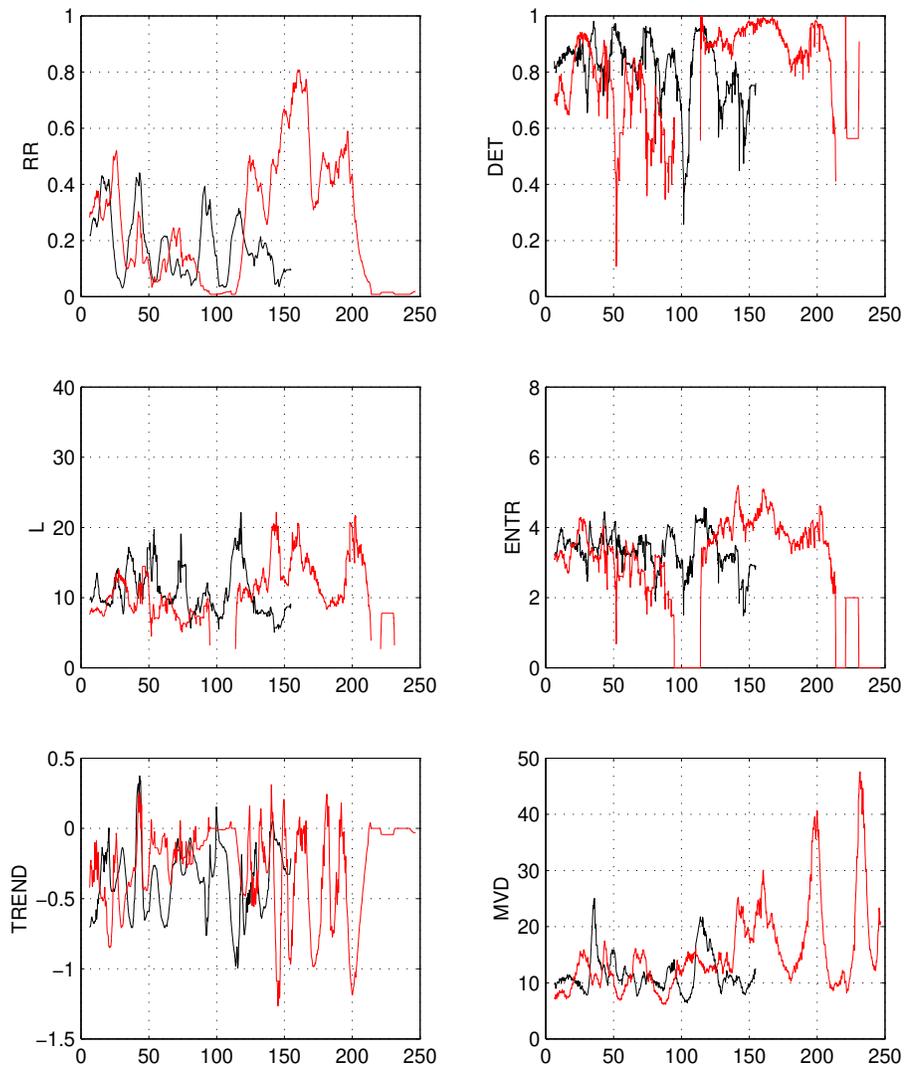


Abbildung A.13: RQA-Werte der geglätteten Warvenzeitreihen (*schwarz:* EP160, *grau:* EP245; Parameter siehe Abschnitt 5.1.3; *x*-Achse: Jahresskala).

A.5 RQA der Cross Recurrence Plots

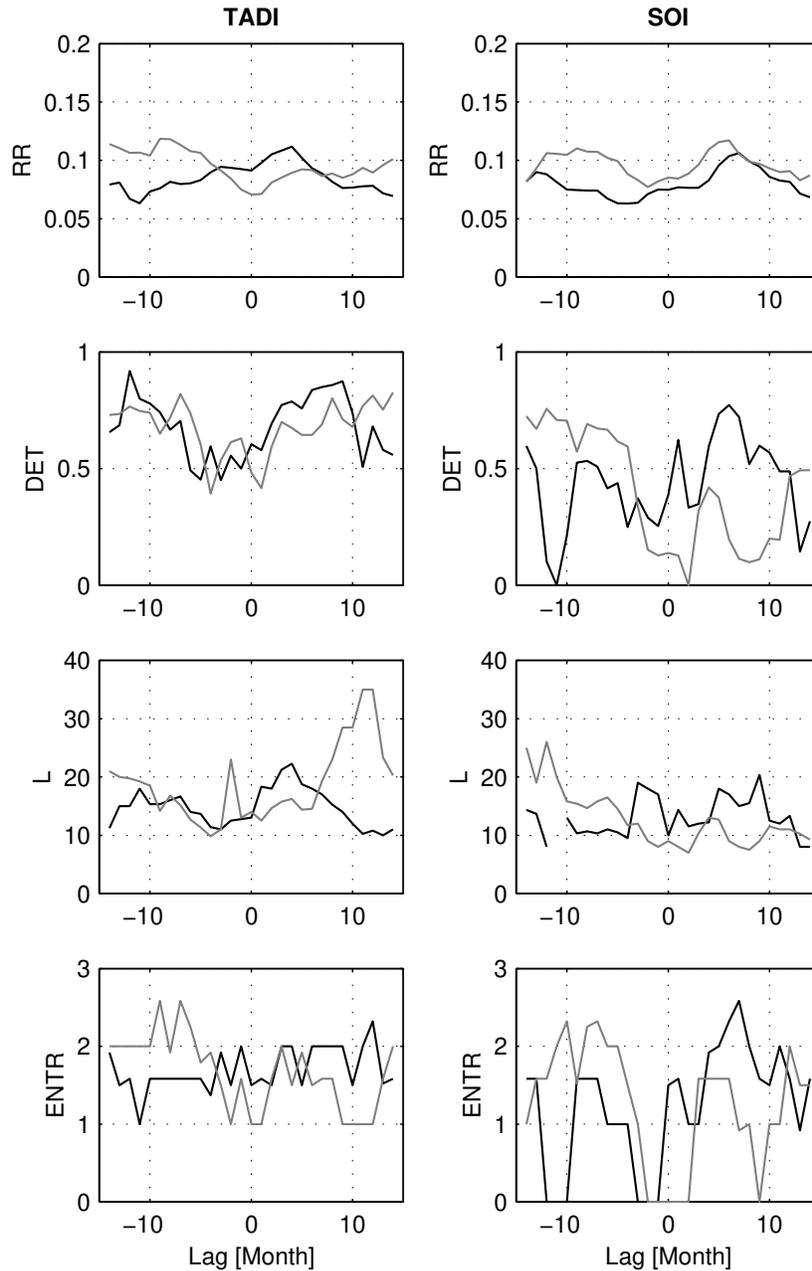


Abbildung A.14: RQA-Maße für Cross Recurrence Plots zwischen Tucuman und TADI bzw. SOI (geglättete Zeitreihen, Parameter siehe Abschnitt 5.4; schwarze Kurve: Korrelation, graue Kurve: Antikorrelation).

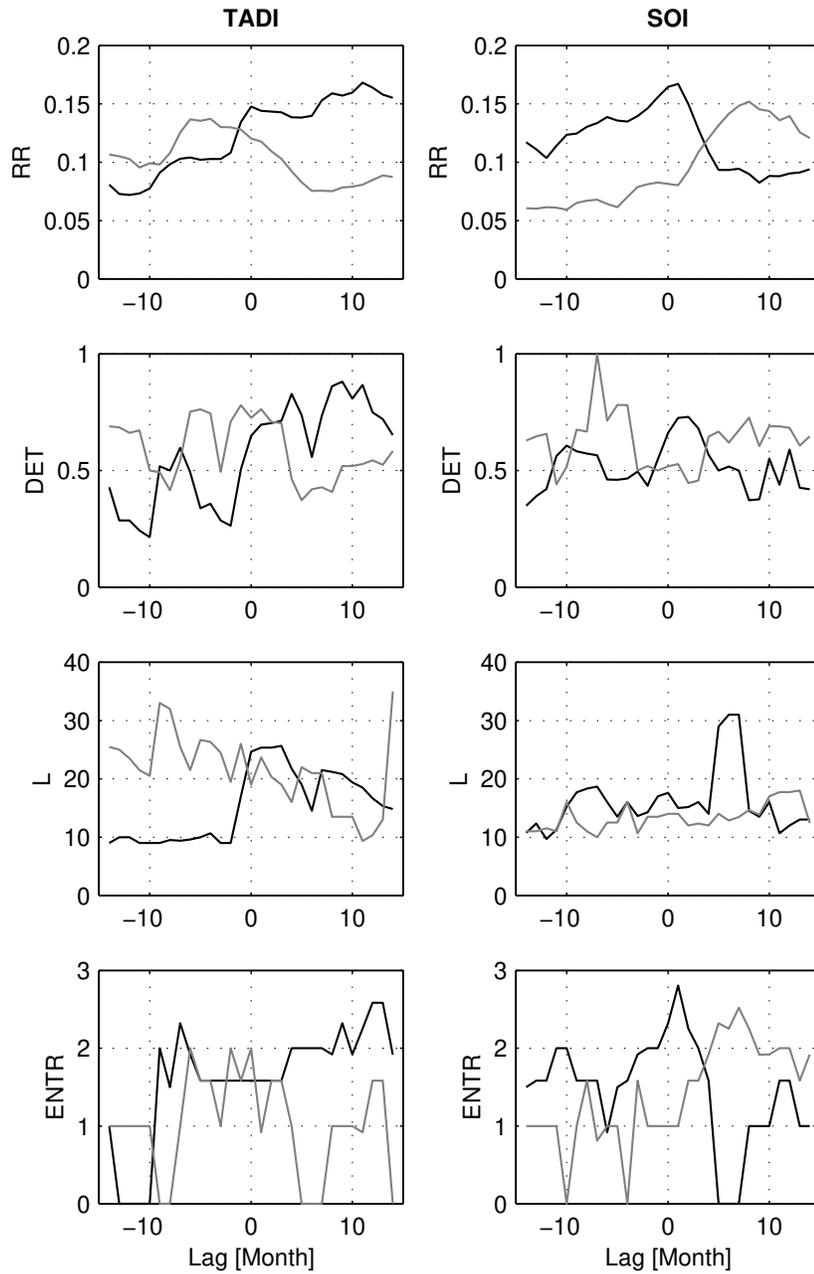


Abbildung A.15: RQA-Maße für Cross Recurrence Plots zwischen Jujuy und TADI bzw. SOI (geglättete Zeitreihen, Parameter siehe Abschnitt 5.4; schwarze Kurve: Korrelation, graue Kurve: Antikorrelation).

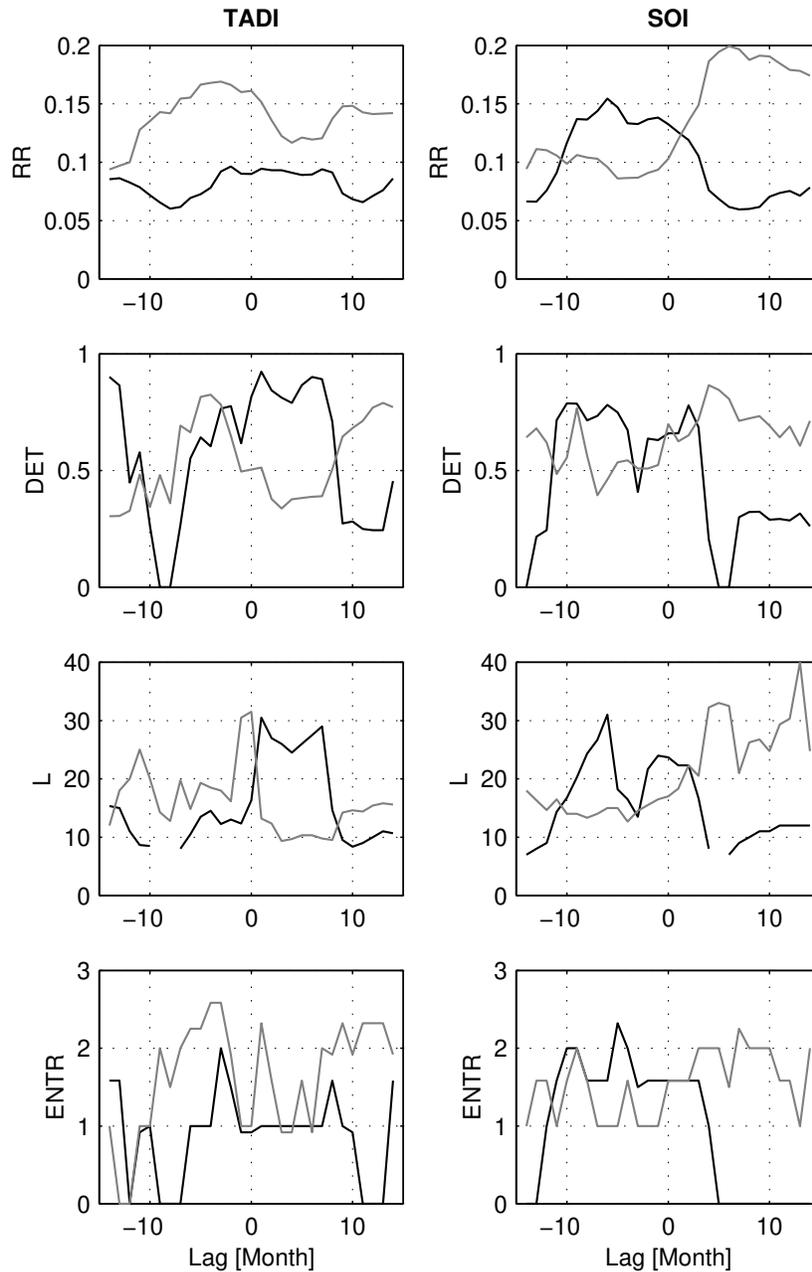


Abbildung A.16: RQA-Maße für Cross Recurrence Plots zwischen Salta und TADI bzw. SOI (geglättete Zeitreihen, Parameter siehe Abschnitt 5.4; schwarze Kurve: Korrelation, graue Kurve: Antikorrelation).

Tabelle A.2: RQA-Werte der Cross Recurrence Plots der Warvenzeitreihe EP160 gegen SOI (siehe Text Abschnitt 5.4.2, Seite 63). Parameter: $m = 3$, $\tau = 11$, $\varepsilon = 0.9$, $l_{min} = 7$

Art	Lag	RR	DET	L	$ENTR$
–	$\langle \cdot \rangle$	0.13	0.66	17.7	2.11
–	25	0.14	0.72	23.9	2.01
–	161	0.15	0.72	19.8	2.31
–	<u>179</u>	0.15	0.72	22.6	2.41
–	<u>192</u>	0.14	0.77	18.4	2.60
–	<u>252</u>	0.17	0.81	19.4	2.85
–	<u>279</u>	0.17	0.81	19.6	2.88
–	309	0.16	0.73	16.1	2.79
–	347	0.17	0.86	22.4	2.62
–	406	0.16	0.78	17.3	2.72
–	<u>451</u>	0.18	0.83	23.2	2.65
–	<u>477</u>	<u>0.14</u>	<u>0.81</u>	<u>33.8</u>	1.75
–	500	<u>0.15</u>	<u>0.93</u>	<u>26.6</u>	2.32
–	579	0.17	0.72	19.9	2.79
+	$\langle \cdot \rangle$	0.12	0.58	16.7	1.92
+	38	0.15	0.62	20.6	2.05
+	145	0.15	0.86	22.7	2.29
+	<u>188</u>	0.13	0.72	23.2	1.96
+	<u>207</u>	0.16	0.75	20.1	2.52
+	<u>262</u>	0.14	0.84	19.8	2.48
+	<u>462</u>	0.18	0.75	23.7	2.60
+	<u>490</u>	0.15	0.82	22.4	2.36
+	583	0.15	0.63	13.6	2.67

Tabelle A.3: RQA-Werte der Cross Recurrence Plots der Warvenzeitreihe EP160 gegen TADI (siehe Text Abschnitt 5.4.2, Seite 63). Parameter: $m = 8$, $\tau = 6$, $\varepsilon = 1.8$, $l_{min} = 7$

Art	Lag	RR	DET	L	$ENTR$
–	$\langle \cdot \rangle$	0.15	0.68	19.6	2.33
–	18	<u>0.17</u>	<u>0.84</u>	<u>24.6</u>	2.60
–	62	0.20	0.77	23.2	2.76
–	166	0.19	0.86	23.2	2.68
–	<u>196</u>	0.20	0.73	21.8	2.77
–	<u>216</u>	0.18	0.76	32.1	2.03
–	<u>350</u>	0.21	0.76	30.1	2.35
–	<u>363</u>	<u>0.20</u>	<u>0.82</u>	<u>27.5</u>	2.56
–	<u>444</u>	<u>0.19</u>	<u>0.80</u>	<u>36.5</u>	2.29
–	<u>466</u>	<u>0.17</u>	<u>0.82</u>	<u>29.4</u>	2.34
+	$\langle \cdot \rangle$	0.12	0.61	17.7	1.88
+	49	0.12	0.75	18.4	2.07
+	77	0.13	0.76	22.2	2.27
+	95	0.14	0.68	18.4	2.36
+	<u>180</u>	<u>0.14</u>	<u>0.86</u>	<u>25.2</u>	2.29
+	<u>204</u>	0.17	0.75	21.0	2.54
+	<u>270</u>	<u>0.15</u>	<u>0.87</u>	<u>36.9</u>	1.82
+	<u>350</u>	0.15	0.79	20.15	2.59
+	<u>432</u>	0.20	0.73	24.0	2.61
+	<u>479</u>	0.20	0.74	19.0	2.60
+	568	0.14	0.59	19.0	1.97

Tabelle A.4: RQA-Werte der Cross Recurrence Plots der Warvenzeitreihe EP245 gegen SOI (siehe Text Abschnitt 5.4.2, Seite 63). Parameter: $m = 3$, $\tau = 11$, $\varepsilon = 0.9$, $l_{min} = 7$

Art	Lag	RR	DET	L	$ENTR$
–	$\langle \cdot \rangle$	0.09	0.54	15.6	1.50
–	244	0.15	0.77	19.9	2.49
–	481	0.13	0.83	22.0	2.34
–	<u>629</u>	0.10	0.68	22.3	1.61
–	<u>1078</u>	0.12	0.79	15.4	2.67
–	<u>1211</u>	0.12	0.78	17.5	2.33
–	1282	0.11	0.65	16.8	2.10
–	1340	0.12	0.70	28.6	1.72
–	<u>1587</u>	0.13	0.70	18.0	2.33
+	$\langle \cdot \rangle$	0.09	0.53	15.4	1.39
+	75	0.13	0.61	16.7	2.06
+	<u>631</u>	0.10	0.74	19.7	1.94
+	706	0.09	0.92	26.3	1.49
+	842	0.11	0.65	24.3	1.61
+	<u>1012</u>	0.09	0.91	16.1	2.03
+	1125	0.12	0.62	17.5	2.28
+	<u>1195</u>	0.16	0.78	19.7	2.73
+	1291	0.12	0.78	24.3	1.97
+	<u>1376</u>	0.15	0.69	12.9	2.73
+	1468	0.16	0.77	22.3	2.46
+	<u>1571</u>	<u>0.14</u>	<u>0.78</u>	<u>24.4</u>	2.25

Tabelle A.5: RQA-Werte der Cross Recurrence Plots der Warvenzeitreihe EP245 gegen TADI (siehe Text Abschnitt 5.4.2, Seite 63). Parameter: $m = 3$, $\tau = 11$, $\varepsilon = 0.9$, $l_{min} = 7$

Art	Lag	RR	DET	L	$ENTR$
–	$\langle \cdot \rangle$	0.11	0.56	16.79	1.60
–	30	0.16	0.68	24.5	2.27
–	151	0.13	0.78	24.1	2.12
–	225	0.13	0.72	26.3	1.93
–	<u>634</u>	0.09	0.80	21.2	1.74
–	965	0.14	0.75	19.9	2.18
–	<u>1035</u>	0.10	0.67	25.8	1.32
–	<u>1092</u>	0.15	0.87	23.9	2.44
–	1145	0.17	0.65	21.0	2.30
–	<u>1211</u>	0.13	0.85	21.1	2.24
–	<u>1380</u>	0.19	0.82	21.2	2.78
–	1413	0.18	0.88	23.0	2.89
–	1512	0.15	0.73	18.1	2.44
+	$\langle \cdot \rangle$	0.12	0.59	16.9	1.80
+	9	0.13	0.74	20.6	2.20
+	354	0.12	0.78	19.1	2.11
+	579	0.09	0.87	27.5	1.59
+	674	0.14	0.81	20.6	2.45
+	735	0.12	0.73	30.4	1.54
+	789	0.12	0.76	22.3	1.79
+	829	0.14	0.80	21.8	2.08
+	<u>1031</u>	<u>0.17</u>	<u>0.90</u>	<u>24.9</u>	2.64
+	1268	0.18	0.80	22.0	2.61
+	1340	0.18	0.73	30.1	2.18
+	<u>1391</u>	0.17	0.70	20.6	2.49
+	<u>1583</u>	0.20	0.73	23.4	2.78
+	1684	<u>0.17</u>	<u>0.86</u>	<u>37.6</u>	2.07

Anhang B

Methodische Untersuchungen zur quantitativen Analyse von Recurrence Plots

B.1 Abhängigkeiten der RQA-Maße von den Parametern

Bei der Arbeit mit der quantitativen Analyse von Recurrence Plots fiel ein extrem sensibles Verhalten aller verwendeten RQA-Größen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter auf, was eine eingehendere Untersuchung der Methode motivierte.

B.1.1 Delay-Zeit und Einbettungsdimension

In einer sehr aktuellen Veröffentlichung vom Juni 1999 wird von ATAY das Problem der Bestimmung der Delay-Zeit τ wiederholt angesprochen /3/. Die Bestimmung der optimalen Delay-Zeit wird dort durch die visuelle Beobachtung des RP vorgenommen. Eine günstige Einbettung herrsche vor, wenn der RP „clean“ ist, d. h. wenn kaum noch kurze und isolierte Diagonallinien, dagegen viele längere vorhanden sind.

Die Methode der Bestimmung der Delay-Zeit mit Hilfe von RP ist aber nicht neu. 1992 haben ZBILUT und WEBBER diese Methode zur Bestimmung von Dimension und Lag bereits angewendet und dabei sogar mit quantitativen Maßen gearbeitet /31/. In jener Arbeit wurden die ersten Größen der RQA begründet (RR und DET). Für optimale Einbettung (Lag und Dimension) sollten RR und DET ein Maximum besitzen.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurden zahlreiche Beispiele (stochastische Systeme, nichtlineare Systeme, Chaos) in dieser Hinsicht untersucht. Im ersten Schritt wurden die Einbettungsparameter mit den allgemein üblichen Methoden

(ACF, MI, FNN) bestimmt, um einen Anhaltspunkt bzw. Vergleichswerte zu haben. Im zweiten Schritt wurden die Einbettungsparameter mit Hilfe von RP bestimmt. Das Ergebnis war meist überraschend und stimmte nicht immer mit den publizierten Beispielen überein. Zum Beispiel hat die Recurrence Rate gar keine Extrema. Die Delay-Zeiten bei den Maxima der anderen RQA-Größen, im besonderen DET , L und $ENTR$, entsprechen nicht den Werten, die per ACF bzw. MI bestimmt wurden. Sie liegen deutlich unter den per MI bestimmten Delay-Zeiten. Nimmt man die $ENTR$ als Maß für die Verteilung der langen und kurzen Diagonalelemente, dann bedeutet ein Minimum der $ENTR$, daß viele lange und nur sehr wenig kurze Diagonalelemente auftreten (Recurrence Plot ist „clean“). Das entspricht der Forderung von ATAY für günstige Einbettungsparameter. Die Delay-Zeiten bei diesen Minima von $ENTR$ sind jedoch deutlich größer als die per MI bestimmten Delay-Zeiten. Die Einbettungsdimension wird dagegen mit diesen Methoden bestätigt. Für die Wahl der Einbettungsparameter für die Untersuchungen in dieser Arbeit werden daher die gebräuchlichen Methoden (Transinformation und Falsche Nachbarn) verwendet.

Beispielhaft seien hier die Abhängigkeiten vom weißen Rauschen, vom LORENZ-System und von den geglätteten SOI-Daten gezeigt (Abbildungen B.1 bis B.3).

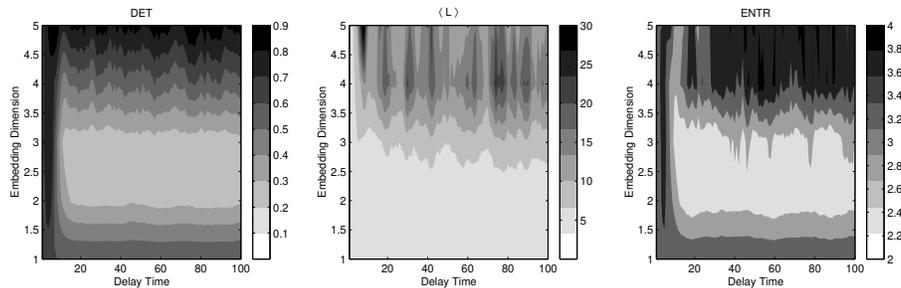


Abbildung B.1: RQA-Größen in Abhängigkeit von Lag und Dimension beim weißen Rauschen ($\varepsilon = 0.5\sigma$). Die optimalen Einbettungs-Parameter wurden mit ACF und der Methode der Falschen Nachbarn zu $m = 3$ und $\tau = 10$ bestimmt.

B.1 Abhängigkeiten der RQA-Maße von den Parametern

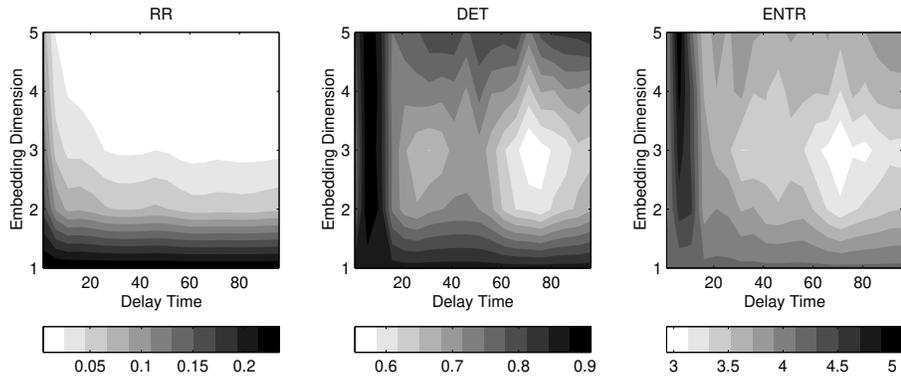


Abbildung B.2: RQA-Größen in Abhängigkeit von Lag und Dimension bei dem LORENZ-System ($\varepsilon = 0.5\sigma$). Die optimalen Einbettungs-Parameter wurden mit ACF und der Methode der Falschen Nachbarn zu $m = 3$ und $\tau = 30 \dots 35$ bestimmt.

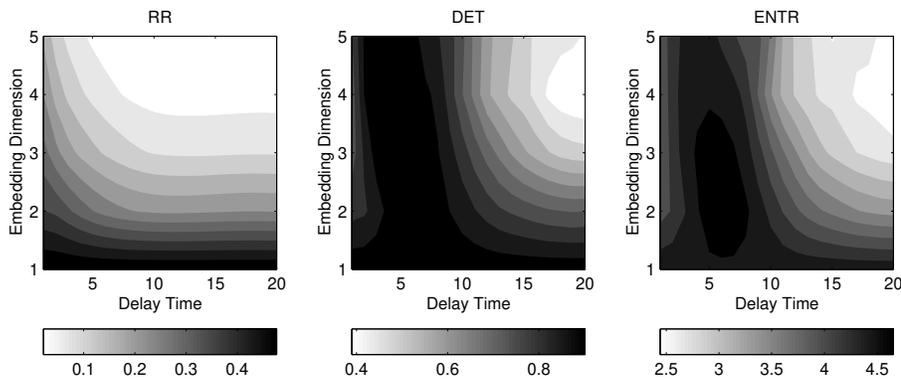


Abbildung B.3: RQA-Größen in Abhängigkeit von Lag und Dimension bei der Zeitreihe der geglätteten SOI-Daten ($\varepsilon = 0.1\phi_{max}$). Die optimalen Parameter wurden zu $m = 3$ und $\tau = 12$ bestimmt.

B.1.2 Schwellwert

ATAY et al. stellen in ihrer Arbeit von 1999 fest, daß die Eigenschaften des RP unabhängig von dem Schwellwert ε sind, solange dieser nur klein genug ist (in der Größenordnung der Standardabweichung). Begründet wird das damit, weil bei steigendem ε zwar mehr Einzelpunkte im RP auftauchen, aber gleichzeitig die längeren Diagonallinien auch länger werden und sich das damit relativieren würde. Daß das nicht ausnahmslos der Fall ist, zeigen die unten angeführten Beispiele (Abbildungen B.4 und B.5). Lediglich bei glatten chaotischen Systemen kann das für kleine ε nachvollzogen werden (Abbildung B.6). Besonders *DET*, *L* und *ENTR* als Maße für die Verteilung der Diagonallinien geben über dieses Verhalten Aufschluß. Kleine Änderungen in ε bewirken große Änderungen in den RQA-Werten.

Während der Arbeit mit der RQA-Methode wurde festgestellt, daß der Wahl eines optimalen Schwellwertes ε eine größere Bedeutung beizumessen ist, als bisher angenommen wurde. Wenn es bei der rein qualitativen, visuellen Bewertung von Recurrence Plots ausreicht, in guter Näherung etwa 10% des maximalen Phasenraumdurchmessers zu verwenden, können sich bei solch einer Wahl bei der RQA völlig unterschiedliche Ergebnisse einstellen. Der Phasenraumdurchmesser (maximaler und mittlerer) hängt vor allem bei kurzen Zeitreihen von Ausreißern ab. Dies spiegelt sich dann unweigerlich in den RQA-Werten wider, da sie so sensitiv auf die Wahl des ε reagieren.

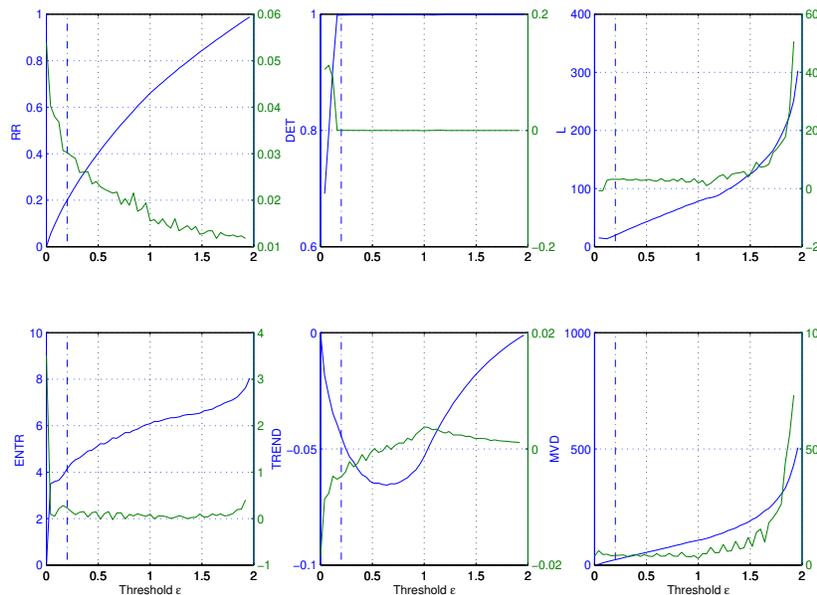


Abbildung B.4: RQA bei variierten ε für eine Sinus-Funktion. $m = 1$, $\tau = 50$ (Strich-Punkt-Linie markiert 10% des maximalen Phasenraumdurchmessers)

B.1 Abhängigkeiten der RQA-Maße von den Parametern

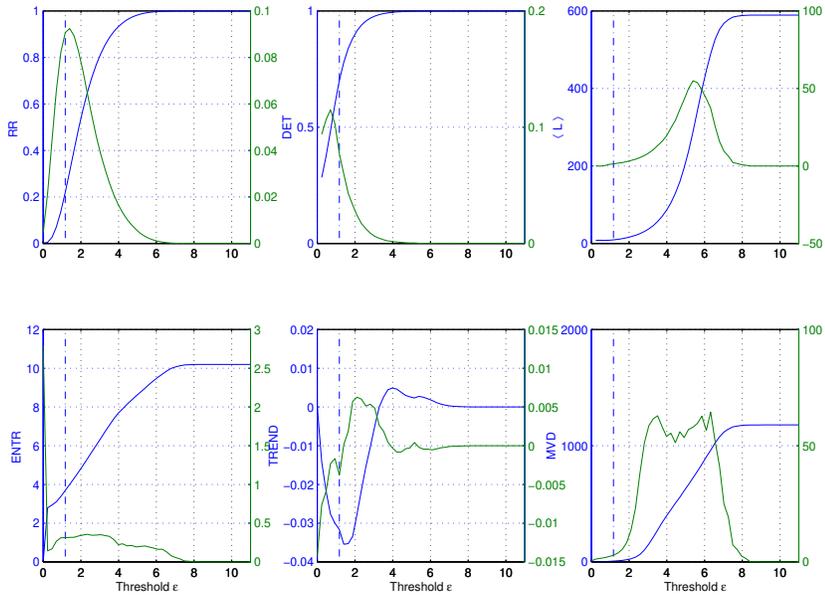


Abbildung B.5: RQA bei variierten ε für weißes Rauschen. $m = 3$, $\tau = 10$ (Strich-Punkt-Linie markiert 10% des maximalen Phasenraumdurchmessers)

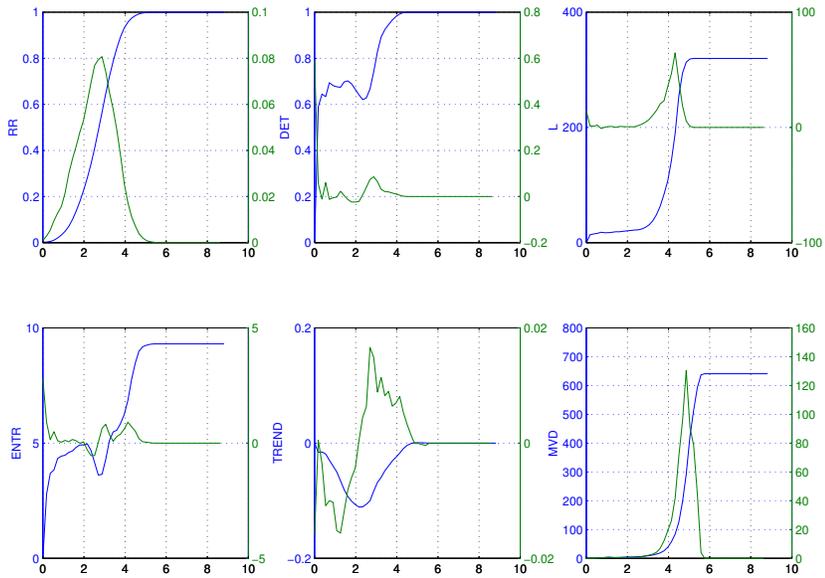


Abbildung B.6: RQA bei variierten ε für das LORENZ-System. $m = 4$, $\tau = 0.48$

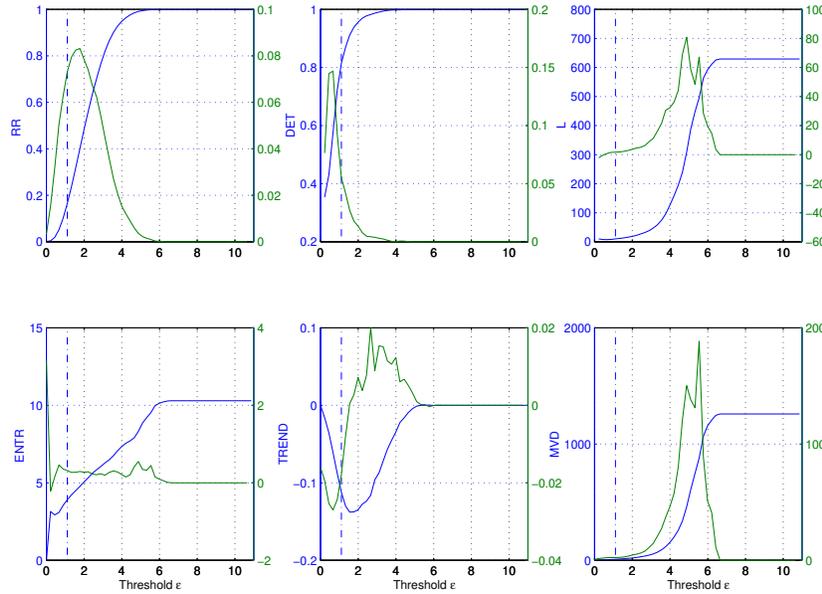


Abbildung B.7: RQA bei variierten ε für die geglätteten SOI-Daten. $m = 3$, $\tau = 12$ (Strich-Punkt-Linie markiert 10% des maximalen Phasenraumdurchmessers)

In den Tabellen B.1 und B.2 sind einige Möglichkeiten aufgeführt, die zur Abschätzung eines optimalen ε verwendet werden könnten. Das sind die maximalen Phasenraumdurchmesser ϕ_{max} , die mittleren Phasenraumdurchmesser $\langle \phi \rangle$, die ε , bei denen $\frac{d}{d\varepsilon} RR$ und $\frac{d}{d\varepsilon} DET$ maximal werden (ε_{RR} und ε_{DET}), das ε , bei dem RR im Mittel 30% aufweist sowie das ε , bei dem $\frac{DET}{ENTR}$ maximal wird ($\tilde{\varepsilon}$).

Die Wahl des ε soll so erfolgen, daß möglichst viele lange Diagonallinien vorhanden sind. Das läßt sich erreichen, wenn man das ε immer größer wählt. Bei zu großen ε werden aber auch die Korrelationen zwischen den Zuständen betrachtet, die eigentlich nicht mehr benachbart sind. Die Verteilung der Diagonallängen wird breiter. Eine gute Annahme scheint daher zu sein, eine möglichst geringe Entropie der Verteilung der Diagonallängen und einen möglichst großen Anteil an langen Diagonallinien zu fordern. Diese Forderung äußert sich in dem Maximum des Verhältnisses zwischen Determinismus und Entropie in Abhängigkeit von ε .

$$\tilde{\varepsilon} = \left\{ \varepsilon, \text{ wo } \frac{DET}{ENTR} \stackrel{!}{=} \text{ maximal} \right\} \quad (\text{B.1})$$

B.1.3 Fensterlängen

Um die zeitliche Entwicklung der RQA-Größen zu bestimmen, werden Fenster der Länge w über die Zeitreihe geschoben und viele einzelne Recurrence Plots und deren RQA-Größen berechnet. Das entspricht letztendlich einer Glättung

B.1 Abhängigkeiten der RQA-Maße von den Parametern

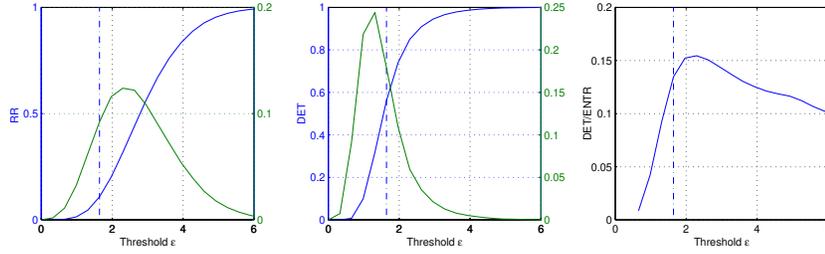


Abbildung B.8: Verhältnis von DET zu ENTR in Abhängigkeit von ε .

Tabelle B.1: Größen zur Abschätzung eines günstigen ε bei den ungeglättet Daten (Niederschläge sind monatsmittelwertreduziert; siehe Text).

	ϕ_{max}	$\langle \phi \rangle$	$\varepsilon_{RR=0.3}$	ε_{RR}	ε_{DET}	$\tilde{\varepsilon}$
TADI	20.6	4.1	2.1	2.1	0.8	2.3
SOI	16.4	4.1	2.3	2.6	1.6	2.2
Tucuman	15.2	3.6	1.8	2.1	1.2	2.1
Jujuy	18.1	3.5	1.8	2.2	1.1	1.9
Salta	16.9	3.5	1.7	2.0	0.7	1.8
R160	20.1	4.2	2.0	n. b.	n. b.	1.9
R245	19.3	4.6	2.2	n. b.	n. b.	2.0

Tabelle B.2: Größen zur Abschätzung eines günstigen ε der geglätteten Daten.

	ϕ_{max}	$\langle \phi \rangle$	$\varepsilon_{RR=0.3}$	ε_{RR}	ε_{DET}	$\tilde{\varepsilon}$
TADI	11.3	3.1	1.6	1.8	0.5	0.9
SOI	11.1	3.1	1.6	2.6	0.5	0.9
Tucuman	11.1	3.2	1.7	1.8	0.4	1.2
Jujuy	9.3	3.1	1.6	1.8	0.6	1.1
Salta	17.3	2.9	1.4	1.4	–	1.0
R160	11.6	2.8	1.2	n. b.	n. b.	0.7
R245	9.2	3.2	1.3	n. b.	n. b.	0.9

mit einem Rechteck-Filter. Die Fensterlänge ist dabei von Bedeutung, denn wenn sie zu groß gewählt wird, verschwinden lokale Effekte, wird sie dagegen zu klein gewählt, lassen sich nur kleine Zeitbereiche untersuchen. Der Wahl der optimalen Fensterlänge ist daher einige Beachtung zu schenken, weil die Zeitabhängigkeit der RQA-Größen bei verschiedenen Fensterlängen sehr unterschiedlich ausfallen kann. In der Literatur wird dagegen die Wahl der Fensterlänge nicht einmal erwähnt /29, 30, 31/.

Zur Untersuchung des Effektes verschiedener Fensterlängen wurden Zeitreihen mit über 1200 Werten betrachtet, über die Fenster der Längen von 30 bis 500 geschoben wurden. Die in diesen Fenstern ermittelten RQA-Werte wurden jeweils gemittelt und deren Standardabweichung bestimmt. Die RR fällt mit zunehmendem w bis zu einem Plateau ab, DET , L , $ENTR$ und MVD steigen mit zunehmendem w bis zu einem Plateau. Die Größe $TREND$ kann für kleine w ein fallendes Verhalten zeigen, für weiteres Anwachsen von w steigt sie aber ebenfalls durch die Mittelung bis zu einem Plateau. Die Standardabweichungen der RQA-Größen fallen mit zunehmendem w ab, bis ab einem bestimmten w ebenfalls ein Plateau erreicht wird. Wenn die Standardabweichungen der RQA-Maße ein konstantes Niveau behalten dominiert die Mittelung gegenüber lokalen Effekten, und das Fenster wurde zu groß gewählt. Das Fenster sollte einerseits nicht zu groß sein. Die längsten Diagonalen sollen dagegen noch von dem Fenster erfaßt werden. Für die Fensterlänge, wo das Plateau von L beginnt, sind die längsten Diagonalen auf alle Fälle von dem Fenster komplett erfaßt. Als geeignete Fensterlänge ist der Wert w zu verwenden, der zwischen dem Beginn des Plateaus von L und dem Beginn des Plateaus der Standardabweichung liegt (ist bei allen RQA-Größen ungefähr gleich).

B.1 Abhängigkeiten der RQA-Maße von den Parametern

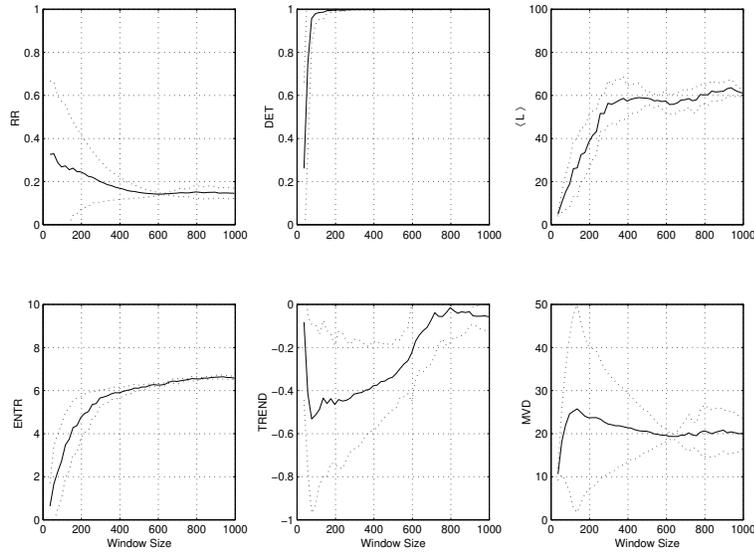


Abbildung B.9: RQA bei variierten Fensterlängen bei einer Sinus-Schwung ($f(x) = \sin(2\pi x/1200) \sin(2\pi x/90)$). Die Standardabweichung ist gepunktet eingezeichnet. Einbettung: $m = 2$, $\tau = 22$, $\varepsilon = 0.5$

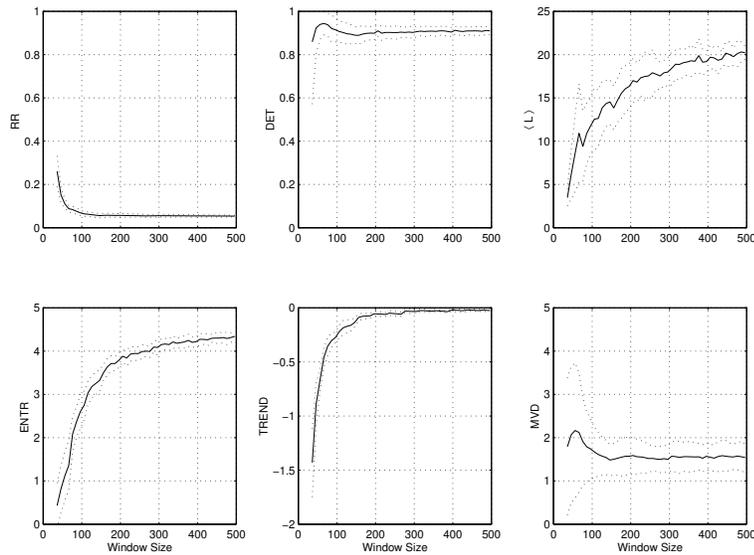


Abbildung B.10: RQA bei variierten Fensterlängen beim ROESSLER-System. Die Standardabweichung ist gepunktet eingezeichnet. Einbettung: $m = 3$, $\tau = 10$, $\varepsilon = 0.5$

B.2 Anwendung der RQA an Beispielen

Zur Illustration der RQA wurde ein streng deterministischer Prozeß, ein Prozess mit Chaos (logistische Abbildung – vgl. auch WEBBER /30/) und ein stochastischer Prozeß (AR(1)-Prozeß) untersucht.

B.2.1 Deterministischer Prozeß

Als deterministischer Prozeß wurde eine Funktion der Form

$$f(x) = \sin\left(\frac{2\pi x}{1200}\right) \sin\left(\frac{2\pi x}{90}\right) \quad x = 1 \dots 2000 \quad (\text{B.2})$$

untersucht. Der Umfang der Zeitreihe beträgt 2000 Punkte. Die Berechnung des RP erfolgte mit einem Lag von $\tau = 10$ und einer Einbettungsdimension von $m = 1$. Der Grenzabstand betrug 10 % des maximalen Phasenraumdurchmessers. Die RQA wurde mit drei unterschiedlichen Fensterlängen ($w = 400$, $w = 200$ und $w = 120$) angewendet. Dabei wird deutlich, daß bei kurzen Zeitreihen zu große Fenster zu stark mitteln und Eigenschaften verschlucken können oder sogar genau das Gegenteil zeigen (bei $1/l_{max}$, *ENTR*, *TREND*). Andererseits dürften zu kleine Fenster manche längerreichweitigen Einflüsse übersehen.

Im RP treten zwei verschiedene Arten von Diagonallinien auf. Die einen bilden ein grobes Gitter mit Clustern, die anderen bilden eine feinere, netzartige Struktur. Aus den Abständen der Diagonallinien lassen sich die Perioden der beiden Schwingungen bestimmen. Durch die ideale Periodizität und die Dimension eins treten die Diagonallinien auch in gespiegelter Richtung auf. Die Perioden spiegeln sich ebenfalls in den RQA-Größen wieder.

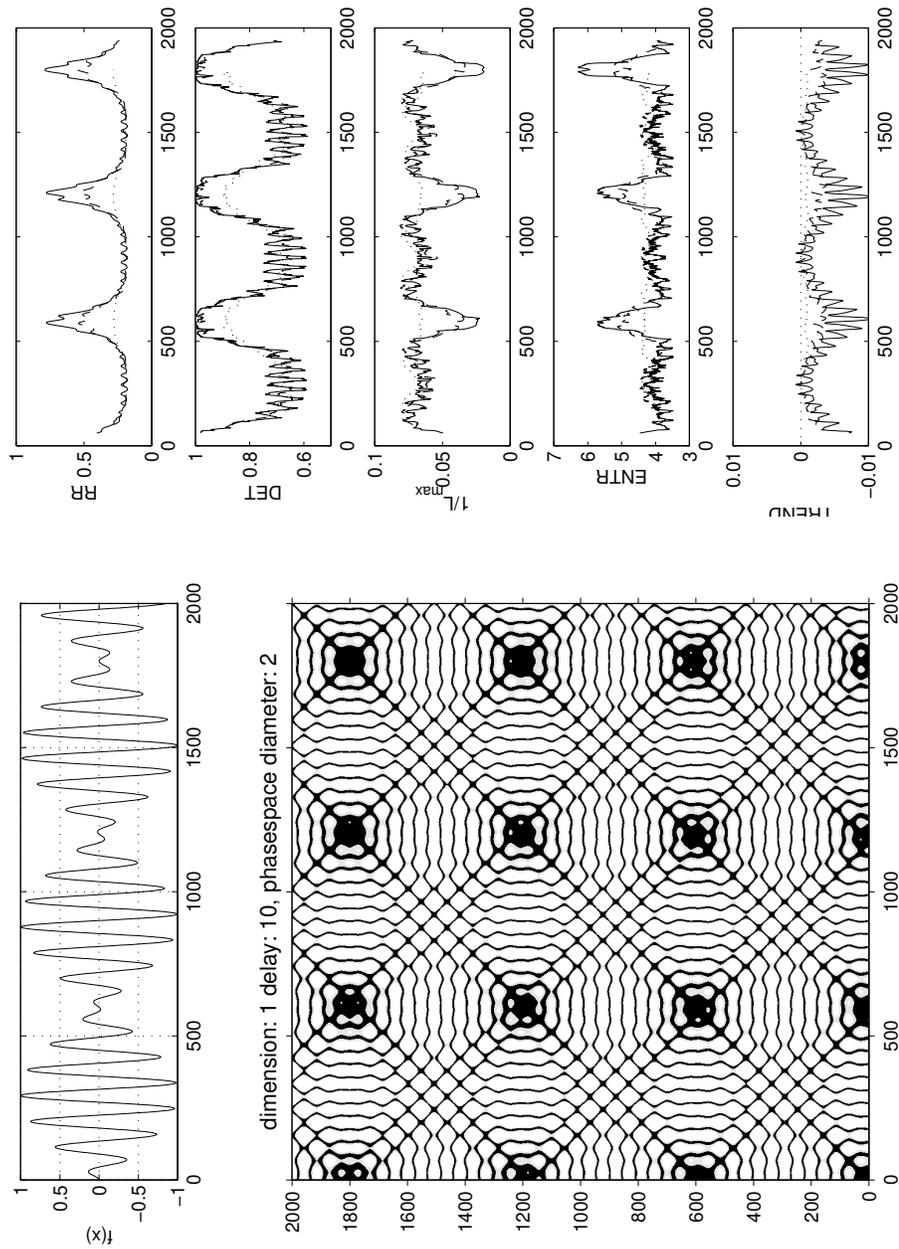


Abbildung B.11: RP und RQA der deterministischen Funktion (*gepunktet*: Fenster $w = 400$, *gestrichelt*: Fenster $w = 200$, *durchgezogen*: Fenster $w = 120$).

B.2.2 Logistische Abbildung

Für das Beispiel der logistischen Abbildung

$$x_n = a x_{n-1}(1 - x_{n-1}) \quad (\text{B.3})$$

wurden für verschiedene $a \in [2.8, 4]$ Zeitreihen mit je 3000 Punkten berechnet. In diesem Bereich des Kontrollparameters treten Übergänge zwischen stabilem, periodischem und chaotischem Verhalten auf, z. B. Übergang von stabilem Verhalten (Punktattraktor) zu zyklischem Verhalten mit Periode 2 bei $a = 3$, Beginn chaotischen Verhaltens bei $a = 3.56994$, periodisches Fenster (Periode 6) bei $a = 3.7380$, periodisches Fenster (Periode 3) bei $a = 3.82843$. Der Startwert für x_0 war 0.665.

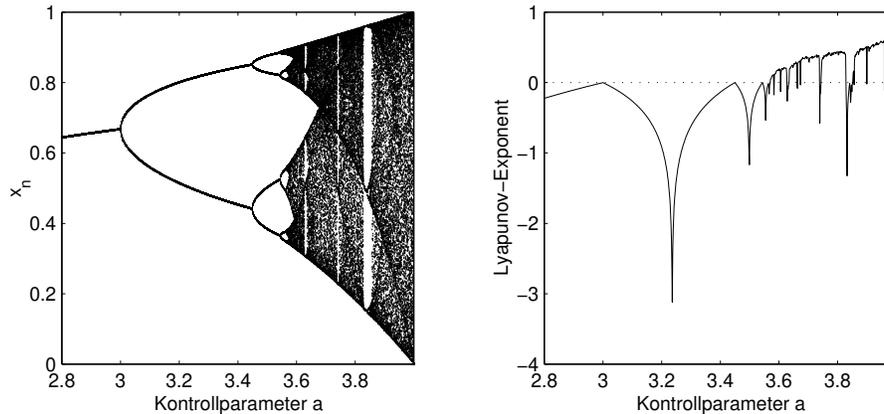


Abbildung B.12: Logistische Abbildung und LYAPUNOV-Exponenten.

Im Bifurkationsdiagramm der logistischen Abbildung sind folgende Verhalten zu erkennen: Periodenverdopplungen, Bandverschmelzung, periodische Fenster, innere Krise (Verschmelzung von stabilen mit instabilen Fixpunkten – am Ende der periodischen Fenster).

Bei der Berechnung des RP wurde ein Ausschnitt aus den Zeitreihen betrachtet ($n = 1000 \dots 2000$) und ein Lag von $\tau = 1$ und eine Dimension von $m = 3$ verwendet.

In den RP lassen sich erste Eigenschaften erkennen. Im periodischen Teil treten nur Diagonallinien auf, im chaotischen Teil findet man verschieden lange Diagonalstückchen und vereinzelt kleine Cluster, am Punkt der Bandverschmelzung sind die Cluster ausgedehnter und treten gruppiert auf, bei der äußeren Krise treten nur noch relativ kurze Diagonallinien und sehr wenige, winzige Cluster auf.

Die RQA ($m = 3$, $\tau = 1$, $\varepsilon = 0.1$, Fenster bedeckt den kompletten RP, d. h. $w = 1000$) liefert deutliche Indizien für die Übergänge zwischen periodischen und

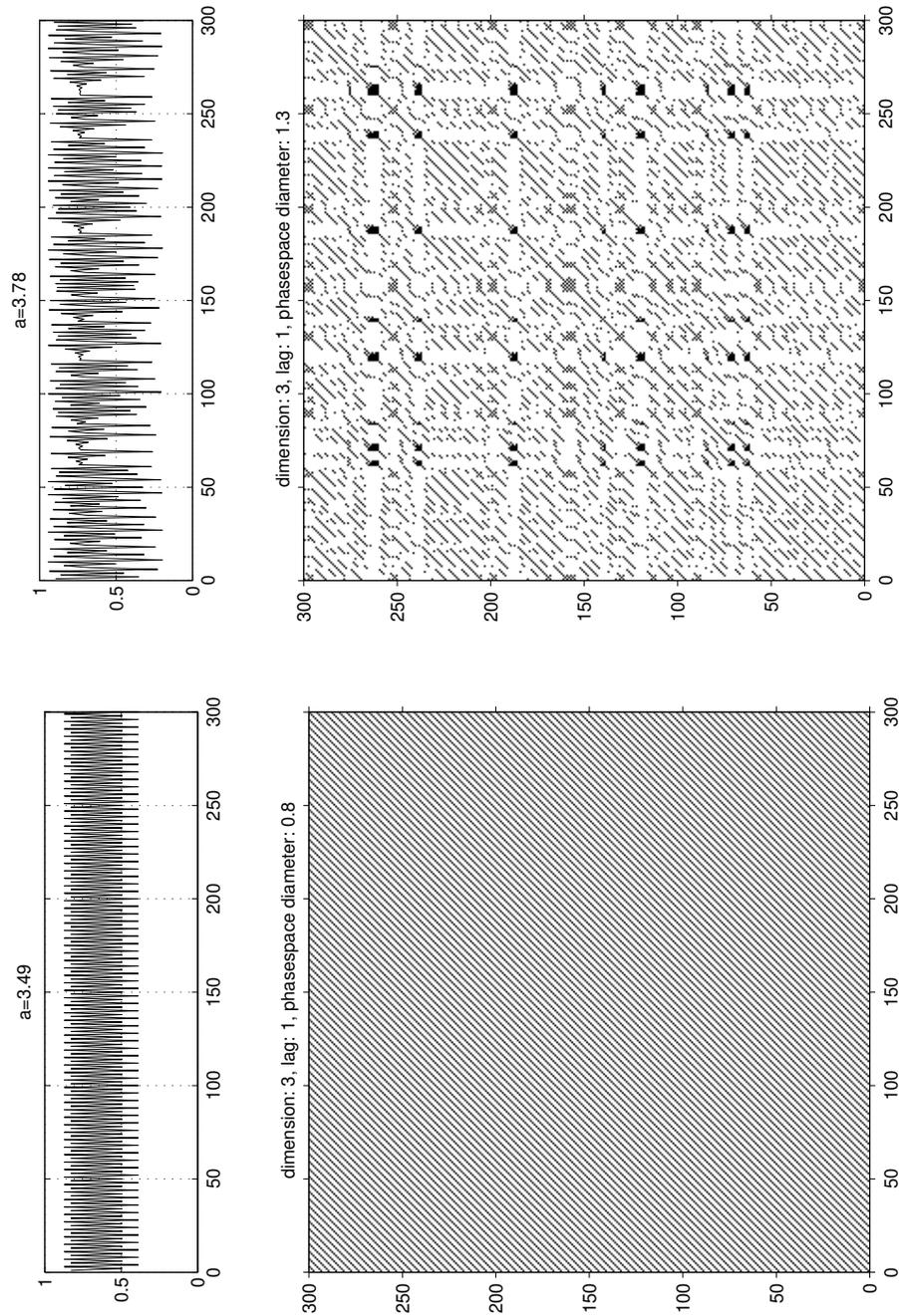


Abbildung B.13: RP der logistischen Abbildung bei $a = 3.49$ (2 Perioden) und $a = 3.78$ (Chaos).

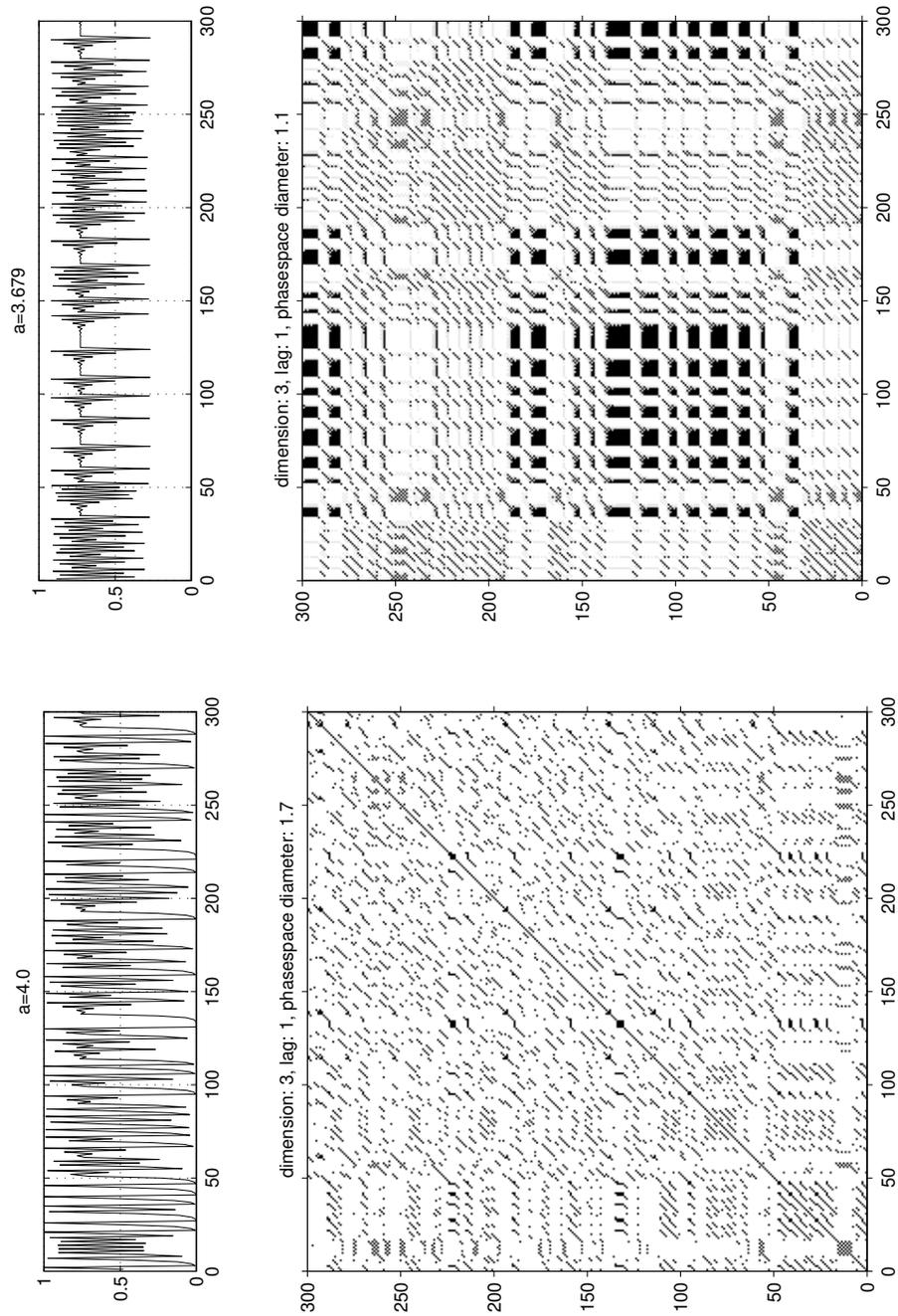


Abbildung B.14: RP der logistischen Funktion bei $a = 3.679$ (Bandverschmelzung) und $a = 4.0$ (äußere Krise).

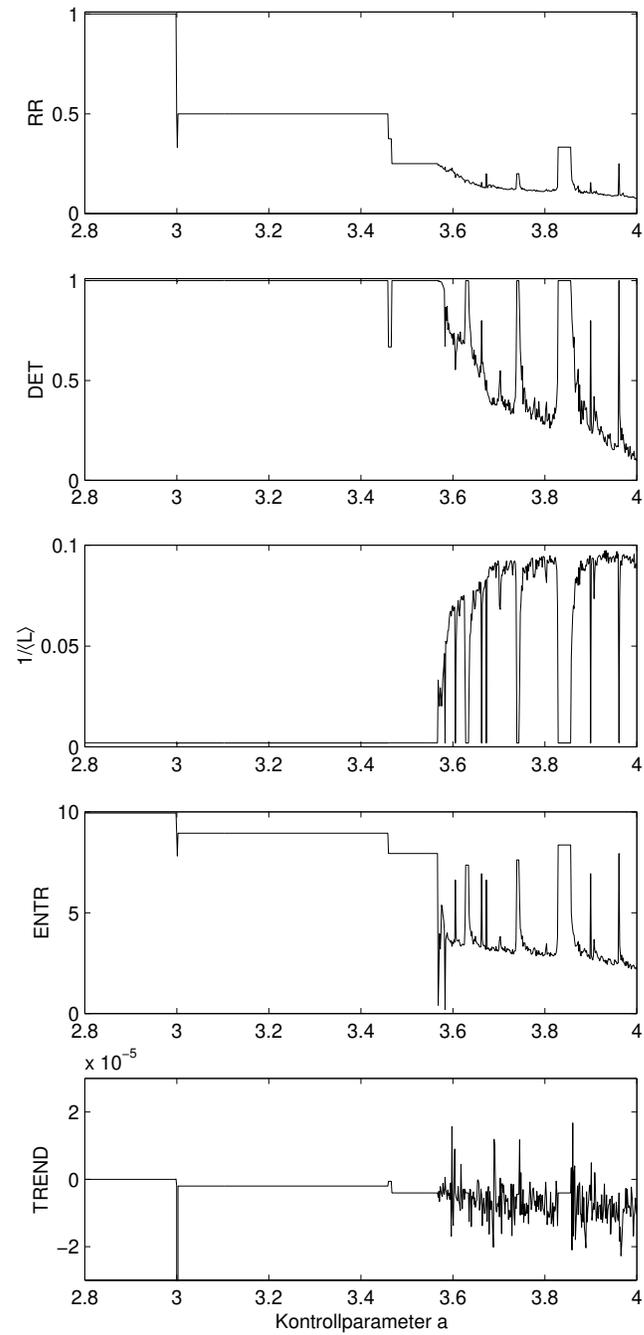


Abbildung B.15: RQA der logistischen Abbildung in Abhängigkeit des Kontrollparameters a .

chaotischen Epochen sowie für die Periodenverdopplungen. RR und DET zeigen ein sprunghaftes Ansteigen beim Auftreten deterministischer Epochen (DET steigt bis auf 1). $1/l_{max}$ fällt in diesen Epochen bis auf Null ab und entspricht qualitativ der Kurve der LYAPUNOV-Exponenten. Die Entropie $ENTR$ der Verteilung der Diagonallängen zeigt bei Periodenverdopplungen und den Übergängen zwischen Chaos und den periodischen Epochen deutliche Sprünge. Außerdem antikorreliert diese Größe mit der Periodenzahl. Die Größe $TREND$ zeigt genau dann sehr große Werte, wenn Übergänge stattfinden. Die mit der RQA bestimmten Übergänge stimmen mit den theoretischen überein.¹

Die Bandverschmelzung wird dagegen nur durch die Mittlere Verweildauer MVD hervorgehoben, die an diesen Stellen ein Maximum hat (Abbildung B.16). Weitere Maxima weisen wahrscheinlich auf die innere Krise hin. Diesem Effekt wird weiter nachgegangen werden. Die Größe MVD könnte ein Maß sein, mit welcher man bequem *unstable periodic orbits* nachweisen kann.

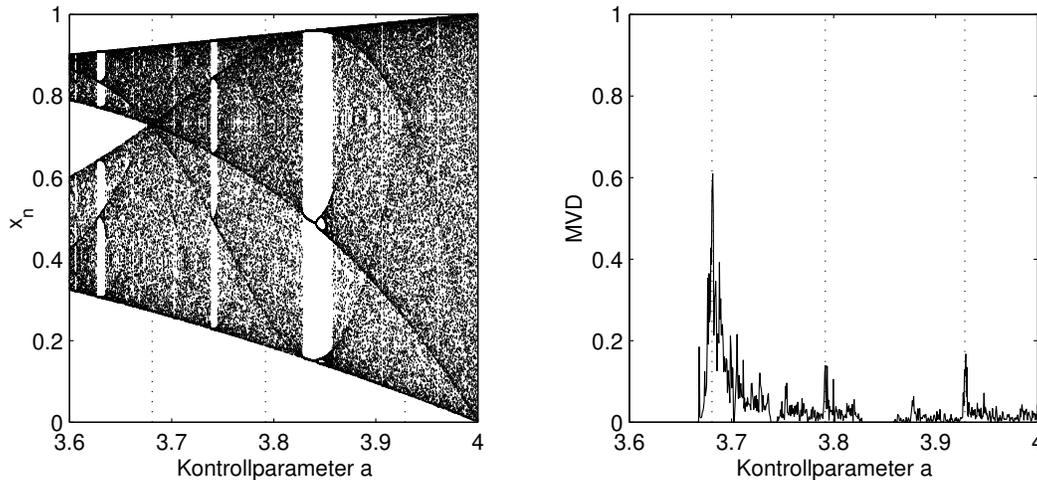


Abbildung B.16: Mittlere Verweildauer von Zuständen der logistischen Abbildung in Abhängigkeit des Kontrollparameters a . Durch die Maxima werden der Bandverschmelzungspunkt und das Zusammentreffen von Fixpunkten deutlich.

¹Im Computerexperiment wurde die Logistische Abbildung auch noch mit einem addierten Weißen Rauschen (0.5 % Rauschanteil während jedem Iterationsschritt dazuaddiert) untersucht. Die RQA-Methode liefert auch bei diesem Rauschanteil noch die genauen Übergänge.

Aus dem Anstieg in der doppelt logarithmischen Darstellung der Recurrence-Rate RR (entspricht der Korrelationssumme $C(\varepsilon)$) gegen ε lässt sich die Dimensionalität d bestimmen (Abbildung B.17). Im angeführten Beispiel für die logistische Abbildung mit dem Kontrollparameter $a = 4$ wächst d weiter mit m an, was einem stochastischen Verhalten entspricht.

$$d = \frac{\ln(RR(\varepsilon))}{\ln |\varepsilon|} \quad (\text{B.4})$$

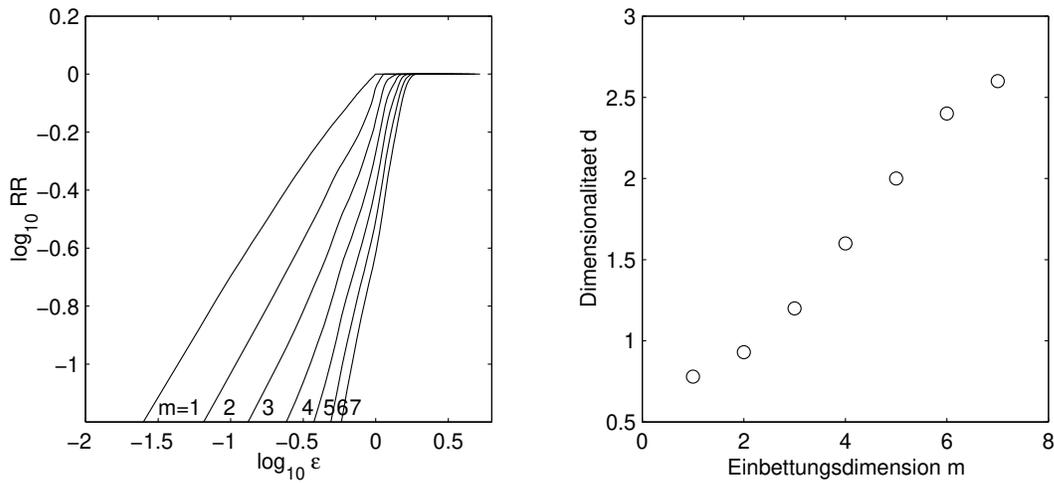


Abbildung B.17: Recurrence-Rate der logistischen Abbildung für $a = 4$ in Abhängigkeit vom Abstand ε und der Einbettungsdimension m .

Mit zunehmendem ε werden die Diagonallinien immer länger, und die Verteilung der Längen läuft auseinander (Abbildung B.18). Ab einem bestimmten Wert von ε sind bis auf die Hauptdiagonale ($l = N$) die Längen der Diagonallinien gleichverteilt:

$$P(l) = \begin{cases} 2 & \text{für } l = 1 \dots (N - 1) \\ 1 & \text{für } l = N \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Die Entropie steigt bis $\varepsilon = 0.3 \varepsilon_{max}$ nur langsam an, danach steigt sie sehr steil bis zum maximalen Wert an.

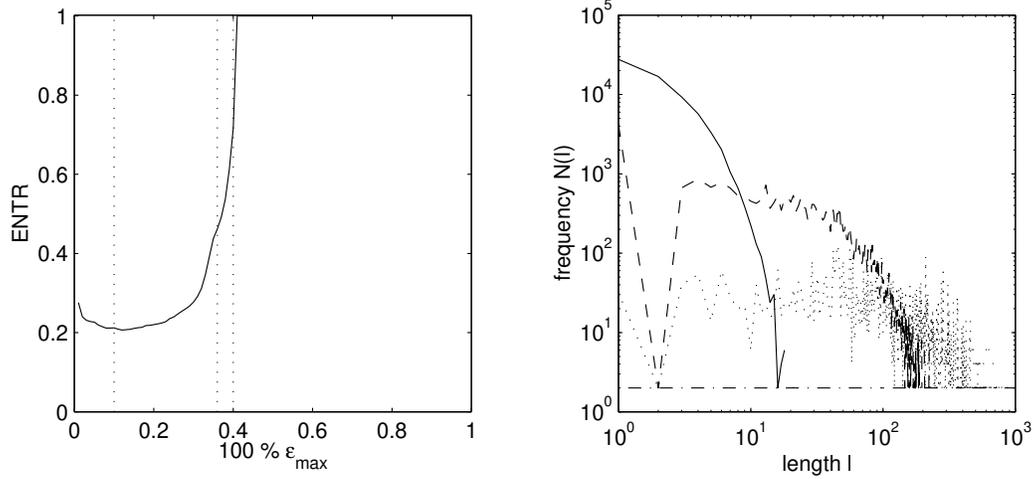


Abbildung B.18: Entropie der Abbildung Funktion für $a = 4$ in Abhängigkeit vom Abstand ε (Entropie normiert auf die maximale Entropie) und dazugehörige Verteilungen der Diagonallängen (doppelt logarithmische Darstellung; *durchgezogen*: $\varepsilon = 0.1$, *gestrichelt*: $\varepsilon = 0.36$, *gepunktet*: $\varepsilon = 0.4$, *Strich-Punkt*: $\varepsilon > 0.4$).

B.2.3 AR(1)-Prozeß

Der AR(1)-Prozeß wurde verwendet, um den Zusammenhang zwischen der Stärke der Korrelation bzw. des Determinismus in einer Zeitreihe und den RQA-Größen zu untersuchen.

$$x_{n+1} = a x_n + \xi_n \quad (\text{B.6})$$

Dabei lief der AR-Koeffizient in einem Intervall $[-1, 1]$. Der Zufallsvektor ξ_n besteht aus GAUSS-verteiltern Zufallszahlen ($\xi \in \text{WN}(0, 1)$). Für das a im Intervall $[-1, 1]$ wurde derselbe Zufallsvektor verwendet, aber bei festem a wurden 20 verschiedene Realisierungen von ξ_n berechnet und anschließend darüber gemittelt.

In der im Beispiel verwendeten Realisierung existieren die Größen DET , $1/l_{max}$ und $ENTR$ für den Bereich geringer Korrelationszeit $\tau = -1/\ln|a|$, d. h. $|a|$ ist klein, nicht bzw. sind null, weil die Längen der Diagonalelemente kleiner sind als das vorgegebene l_{min} .

Je höher der Betrag des AR-Koeffizienten, d. h. je höher der deterministische Charakter, desto höher ist auch die per RQA bestimmte DET und RR . Die Größe $1/l_{max}$ fällt mit steigendem AR-Koeffizienten logarithmisch ab. Für kleines $|a|$ ist die Verteilung der Längen der Diagonalen scharf, so daß die Entropie niedrig ist. Bei größeren a wird die Verteilung „verschmierter“, was zu größeren Werten der Entropie führt. Der $TREND$ läßt den Schluß zu, daß für schwache Autokorrelation starke Stationarität herrscht, bei starker Korrelation aber nur sehr schwache. Das ist aber nur die Folge der kurzen Zeitreihe. Die Größe MVD zeigt als einzige den Unterschied zwischen positiven und negativen AR-Koeffizienten. Während die ersten fünf Größen nahezu symmetrisch zu ihm verhalten, fällt MVD mit abnehmendem a monoton ab. Bei $a < 0$ fluktuieren die Werte mit jedem Schritt sehr stark (Vorzeichenwechsel), weshalb natürlich die mittlere Verweildauer eines Zustandes klein ist.

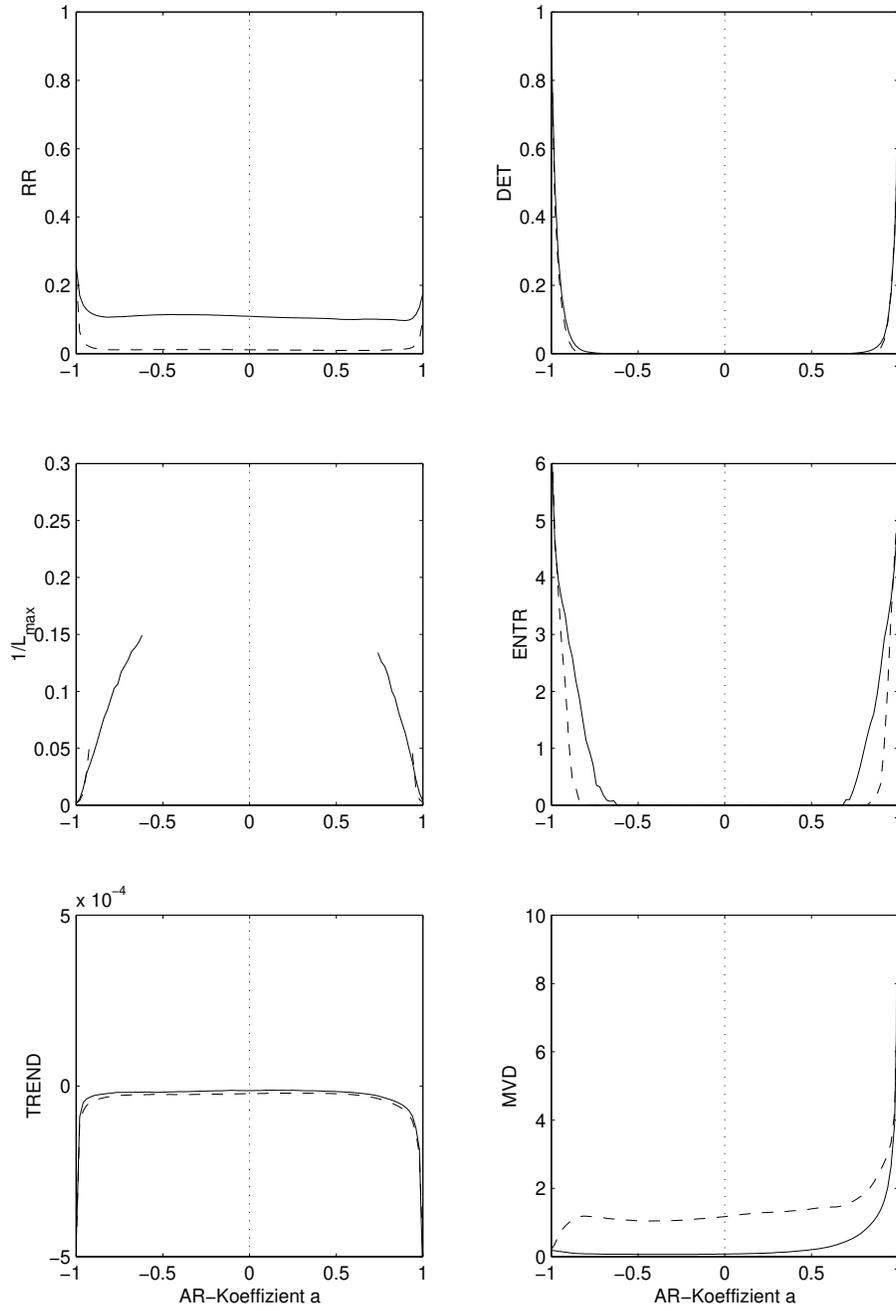


Abbildung B.19: RQA von AR(1)-Prozessen in Abhängigkeit des AR-Koeffizienten (gemittelt über 20 verschiedene Realisierungen; $\tau = 8$; *durchgezogen*: Einbettungsdimension $m = 3$, *gestrichelt*: Einbettungsdimension $m = 8$; Fenster überdeckt die komplette Zeitreihe, Länge $w = 700$). Bei $m = 8$ existiert die Größe $1/l_{max}$ nicht und DET sowie $ENTR$ sind null.

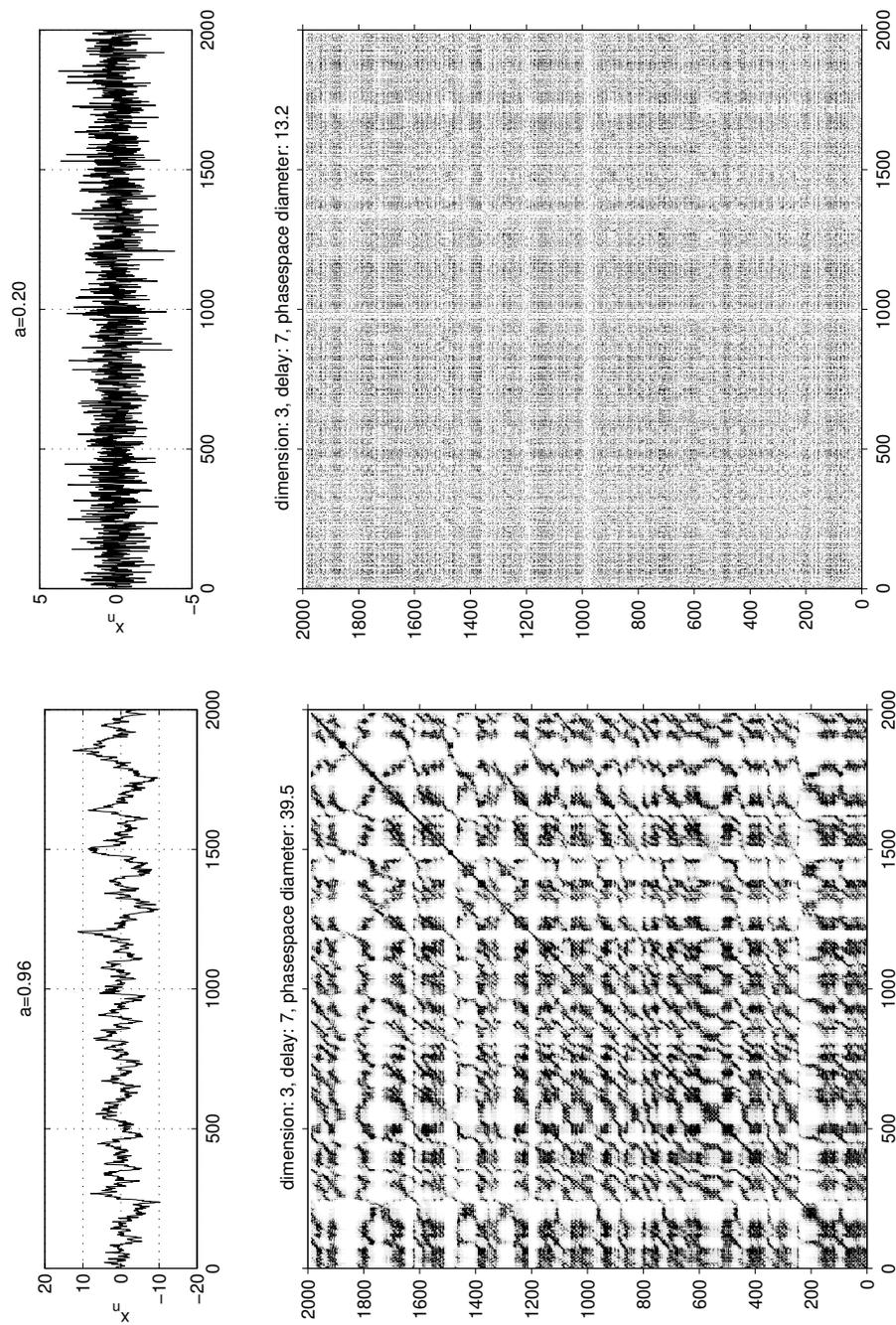


Abbildung B.20: RP von AR(1)-Prozessen (oben $a = 0.20$, unten $a = 0.96$).

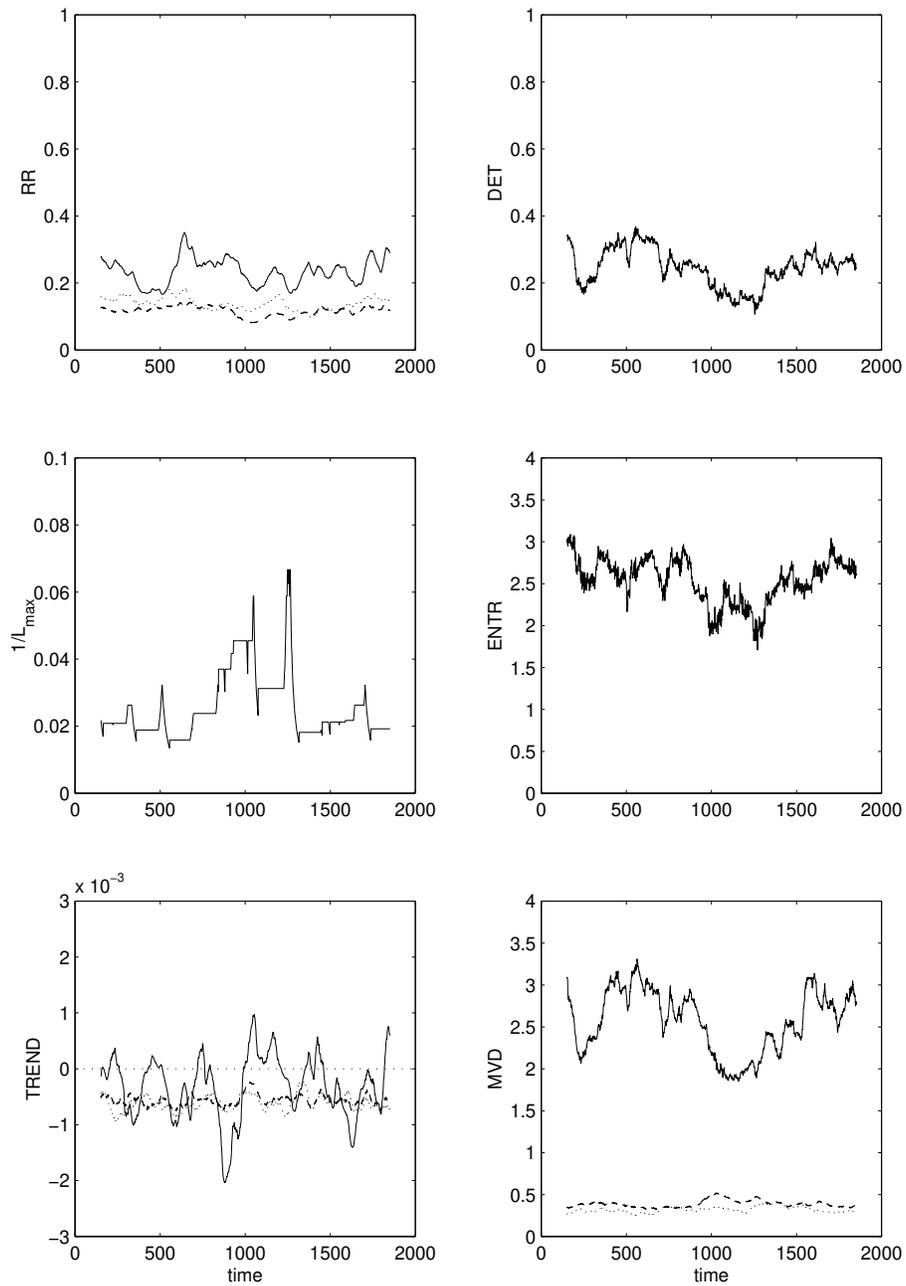


Abbildung B.21: RQA einer Realisierung von AR(1)-Prozessen ($\tau = 8$, $m = 3$, durchgezogen: $a = 0.96$, gestrichelt: $a = 0.20$, gepunktet: $a = -0.60$; Fensterlänge $w = 200$). Für kleine und negative a existiert die Größe $1/l_{max}$ nicht und DET sowie $ENTR$ gehen gegen null.

B.3 Anwendung der Cross Recurrence Plots an Beispielen

B.3.1 Deterministisches System

Als einfachstes deterministisches System wurde von einer Sinus-Schwingung und einer stark verrauschten Cosinus-Schwingung

$$f(x) = \sin\left(\frac{2\pi x}{200}\right) \quad (\text{B.7})$$

$$g(x) = \cos\left(\frac{2\pi x}{200}\right) + 2\xi, \quad \text{Periode } \lambda = 200 \quad (\text{B.8})$$

ein Cross Recurrence Plot berechnet ($\xi \in \text{WN}(0, 1)$). Bei einer vergleichsweise hohen Einbettungsdimension von $m = 10$ und mit einem Lag von $\tau = 25$ sind deutlich Diagonallinien im RP zu erkennen, was auf eine Korrelation hindeutet.

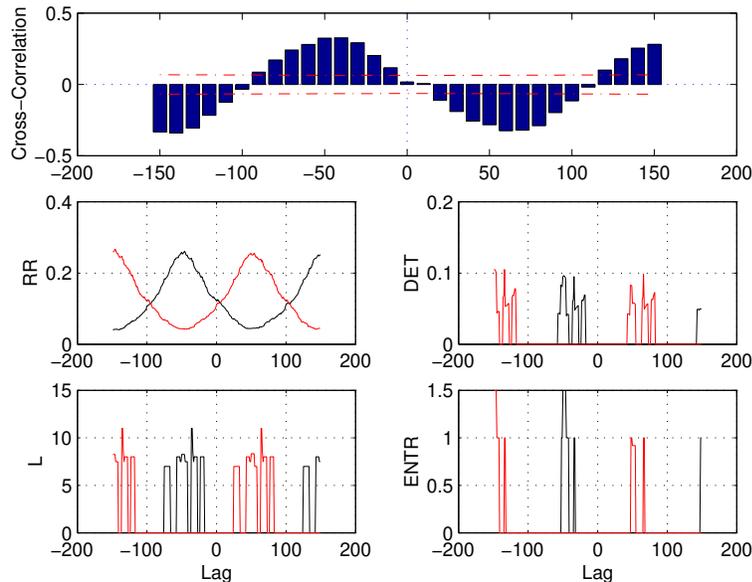


Abbildung B.22: Kreuzkorrelation der Zeitreihen $f(x)$ und $g(x)$ und RQA-Maße ihres Cross Recurrence Plots. Die hellen Kurven zeigen das antikorrelierte Verhalten.

In Abbildung B.22 sind die Kreuzkorrelation zwischen den beiden Zeitreihen und die RQA-Größen (Mindestlänge für Diagonale ist $l_{min} = 7$), die in Abhängigkeit vom Abstand von der Hauptdiagonalen bestimmt wurden, dargestellt. Man erkennt das Vorweglaufen der zweiten Zeitreihe $g(x)$ um ein Lag von 50 (entspricht $\pi/2$) sowie das korrelierte und antikorrelierte Verhalten der Zeitreihen.

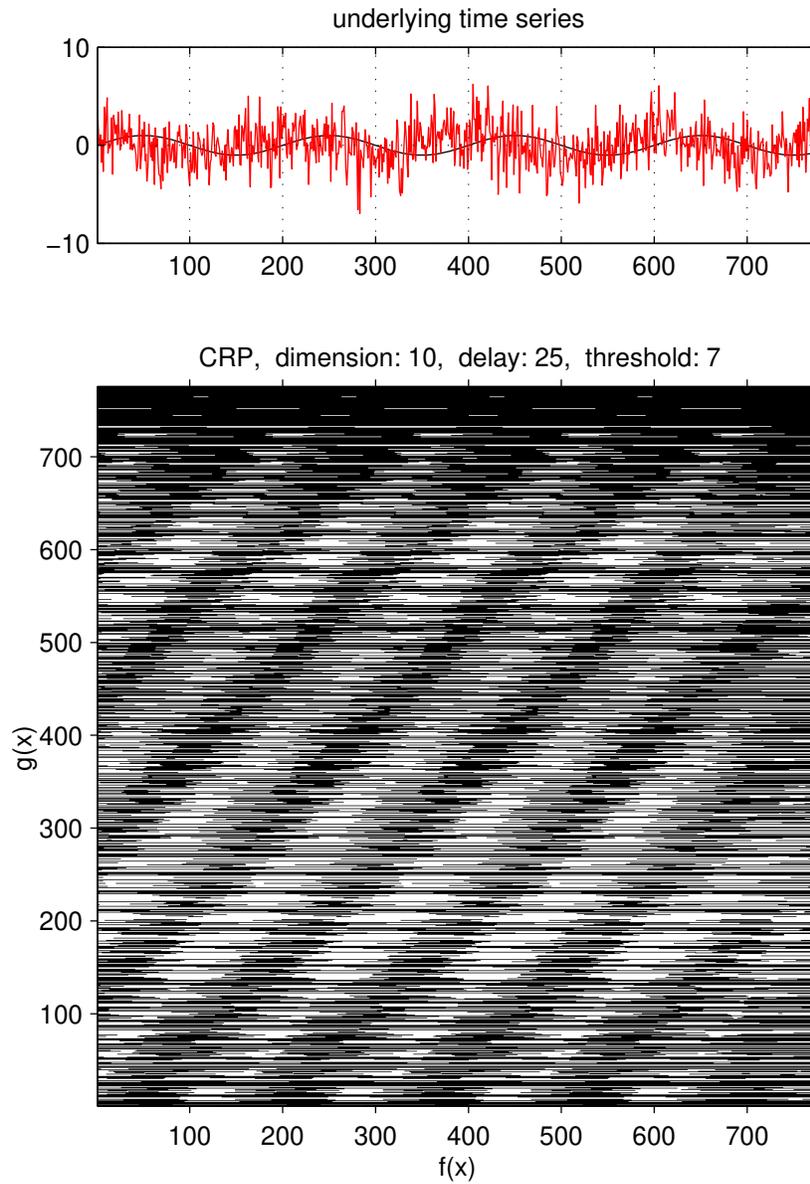


Abbildung B.23: Cross Recurrence Plot der Zeitreihen $f(x)$ (schwarze Kurve) und $g(x)$ (helle Kurve).

B.3.2 AR-Prozeß mit antreibender Kraft

In diesem Beispiel wurde ein AR(2)-Prozeß konstruiert, der unter dem nichtlinearen Einfluß einer antreibenden Kraft steht:

$$y_n = 1.095 y_{n-1} - 0.400 y_{n-2} + 0.700 \xi_n + 0.300 x_n^2 \quad (\text{B.9})$$

Für diesen äußeren Einfluß x_n wurde die x -Komponente des LORENZ-Systems verwendet (siehe Gleichung (4.9), gleiche Parameter, $\xi \in \text{WN}(0, 1)$).

Eine lineare Korrelationsanalyse findet zwischen den Zeitreihen x und y keine Korrelation beim Lag null. Die RQA des CRP findet dagegen die Beeinflussung durch die antreibende Kraft (als Mindestlänge für Diagonale wurde $l_{\min} = 7$ verwendet). Das wird besonders deutlich durch die Maxima von DET und L . Das Minima von $ENTR$ bei diesem Lag weist darauf hin, daß die zeitlichen Längen der Abschnitte, in denen die Phasenraumtrajektorien nah beieinander liegen, nicht sehr variieren. Da die äußere Kraft quadratisch in die y -Zeitreihe eingeht, liegt auch Antikorrelation zwischen den Zeitreihen vor (Maxima der hellen Kurve in Abbildung B.24). Deren Anteil ist aber geringer.

Zum Vergleich sind in Abbildung B.25 die gemittelten RQA-Werte von CRP zwischen 100 Realisierungen von unabhängigen AR(2)-Prozessen (in Gleichung (B.9) fällt der x -Anteil weg) mit der x -Komponente des LORENZ-Systems dargestellt (gleiche Parameter wie in Abbildung B.24). Die RQA-Maße nehmen also bei unabhängigen Zeitreihen ein bestimmtes Niveau ein. Dieses hängt von den Einbettungs- und Konstruktionsparametern ab.

B.3.3 Anmerkung

Der Test der Signifikanz müßte für jeden Einzelfall extra berechnet werden, was ein sehr hoher Rechen- und damit (momentan) hoher Zeitaufwand ist. Eine eingehendere Untersuchung des Einflusses der Parameter (insbesondere der Einbettung) sollte noch durchgeführt werden.

In der Veröffentlichung von ZBILUT /32/ werden die Ähnlichkeiten im Phasenraum mit dem Auftreten von horizontalen Strukturen im CRP in Verbindung gebracht. Leider fehlt in der Arbeit von ZBILUT die Beschreibung, wie diese CRP konstruiert wurden. Wenn sie auf herkömmliche Weise konstruiert wurden (Identität entspricht der Hauptdiagonalen), dann ist diese Aussage nicht richtig. Horizontale Strukturen können auch bei niedriger Einbettung bei völlig unabhängigen Systemen entstehen. Dazu müssen sich die Zustände des einen Systems nur langsam genug ändern oder über einen längeren Zeitraum gleich bleiben.

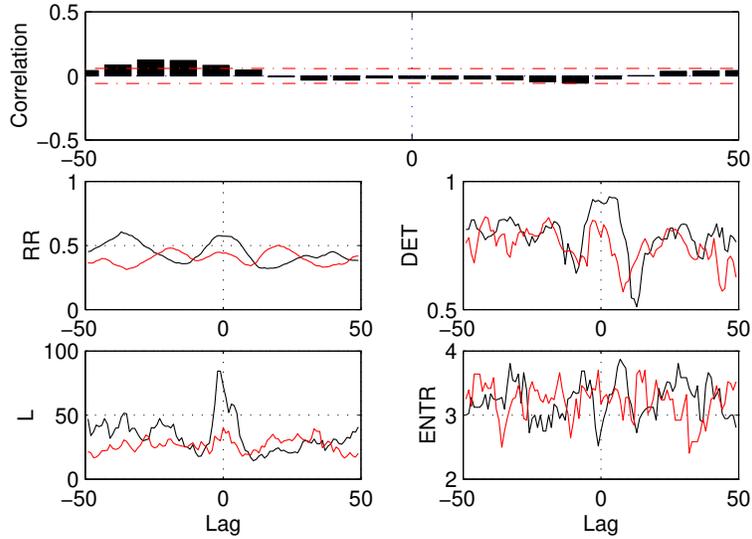


Abbildung B.24: Kreuzkorrelation zwischen antreibendem und angetriebenem System und RQA-Maße ihres Cross Recurrence Plots. Die hellen Kurven zeigen das antikorrelierte Verhalten. Die lineare Korrelation beim Lag null verschwindet; dagegen zeigen die RQA-Maße deutlich den Zusammenhang beider Zeitreihen bei diesem Lag.

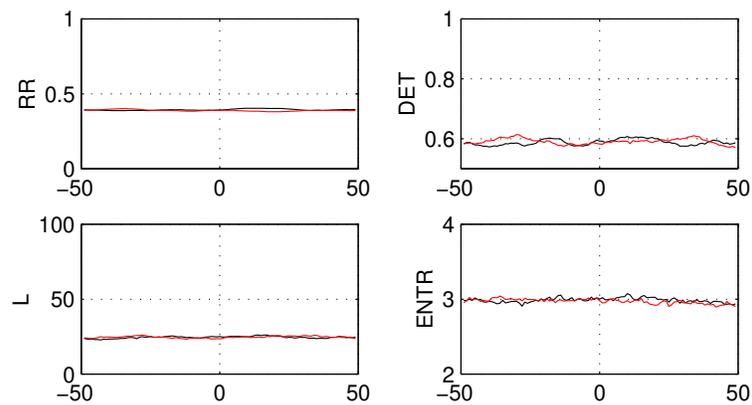


Abbildung B.25: RQA-Maße von Cross Recurrence Plots zwischen der x -Komponente des LORENZ-Systems und 100 Realisierungen unabhängiger AR(2)-Prozesse. Die hellen Kurven zeigen das antikorrelierte Verhalten.

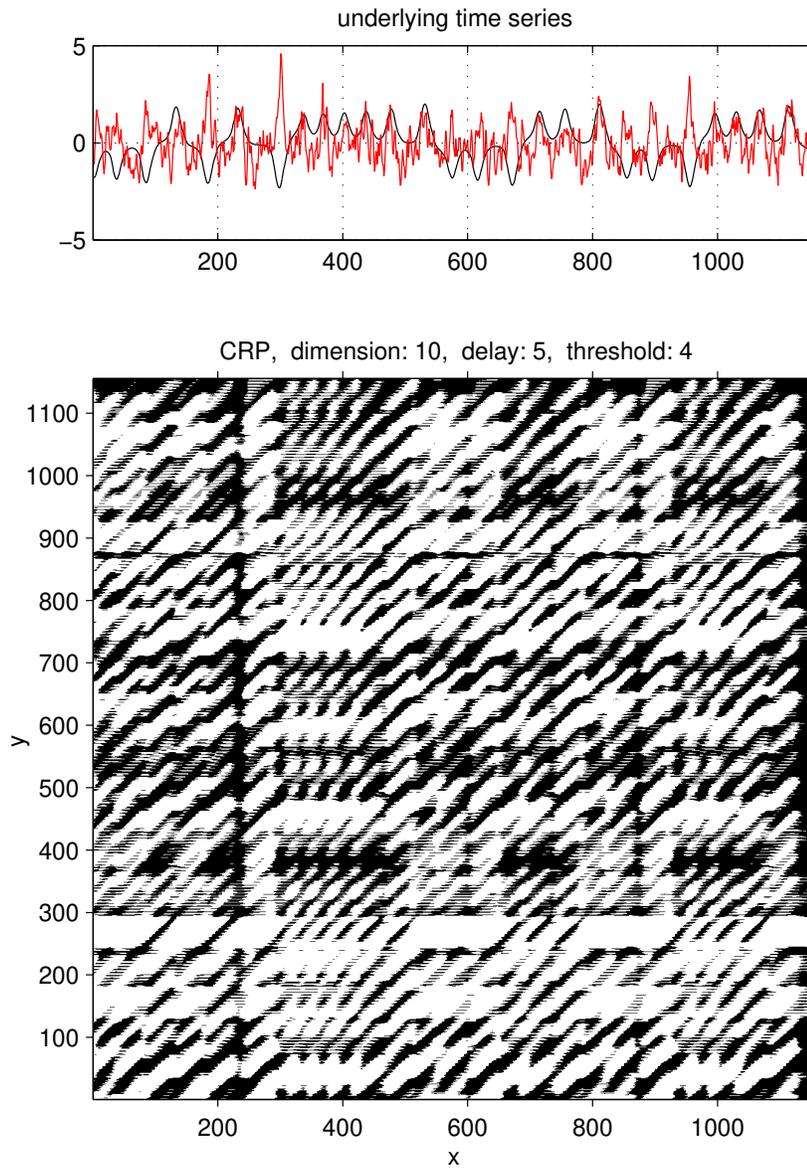


Abbildung B.26: Cross Recurrence Plot zwischen antreibendem (schwarze Kurve) und ange-
triebenem System (helle Kurve).

Anhang C

Matlab-Programme

- x einspaltiger Vektor (Zeitreihe)
- \tilde{x} zweispaltiger Vektor, wobei in der ersten Spalte die Zeit und in der zweiten Spalte die Zeitreihe stehen muß,
Verwendung einspaltiger Zeitreihen trotzdem möglich (außer bei `abgleich`)
- X Matrix
- n skalare Größe
- [a] optionales Argument

`FN(\tilde{x})`

berechnet die Anzahl der *falschen Nachbarn* bei steigender Dimension und stellt das Ergebnis in einem Diagramm dar; benutzt dafür das TISEAN-Paket, d. h. das Programm `false_nearest` wird benötigt

`y=H(x)`

HEAVISIDE-Funktion

`s=MI(x, y, t [, a])`

berechnet und plottet die Mutual Information gegen die Delay-Zeit ($\tau = [0 \dots t]$), dabei können x und y der selbe Vektor oder auch verschiedene Vektoren sein, t bestimmt die maximale Verzögerung, $a=0$ unterdrückt die graphische Darstellung

`s=MI2(x, y, t [, a])`

im Gegensatz zu `MI` geht hier die Delay-Zeit von $-t$ bis $+t$

`S=MID(x, y)`

berechnet und plottet die Mutual Information gegen die Delay-Zeit von der Ursache x gegen die Differenz der Wirkung y , benötigt das Programm `MI.m`

$P=N(X)$

ermittelt aus dem RP X die Länge der Diagonalen und speichert sie in der Matrix S ,

△ Fortran-MEX-Programm!

$p=N2(X)$

ermittelt aus dem RP X die Verteilung der Längen der Diagonalen,

△ Fortran-MEX-Programm!

$[\tilde{x}', \tilde{y}']=abgleich(\tilde{x}, \tilde{y})$

gleich zwei Vektoren (auch Matrizen) durch Abschneiden so ab, daß sie die gleiche Länge haben und den gleichen Anfangs- und Endzeitpunkt; hier muß aber in der ersten Spalte die Zeit enthalten sein, um den Abgleich durchführen zu können

$\tilde{c}=acf(\tilde{x} [, t])$

plottet die Autokorrelations-Funktion, mit t läßt sich eine maximale Delay-Zeit vorgeben

$achse(figure, jahr)$

fügt der Grafik in $figure$ die zugehörige Jahresachse (im Vektor $jahr$) zu

$\tilde{m}=anstiegf(\tilde{x})$

berechnet die durchschnittliche 1. Ableitung der Daten (Mai bis Oktober)

$s=autoMI(x, t)$

berechnet die „Auto-Mutual-Information“ gegen die Delay-Zeit ($\tau = [-t \dots t]$)

$\tilde{y}=clearnan(\tilde{x})$

beseitigt alle die Stellen im Vektor \tilde{x} , in denen NaN steht

$colorrek(\tilde{x} [, m, t])$

farbiger Rekurrenz-Plot in ECKMANN-RUELLE-Darstellung, Dimension m und Verzögerung t können interaktiv geändert werden,

benötigt die Programme `colorrek.m`, `colorrek1.m`, `colorrek2.f`

$c=cor(x, y)$

berechnet den Korrelationskoeffizienten zwischen x und y

$\tilde{c}=corgram(\tilde{x}, \tilde{y}, 1)$

berechnet den Korrelationskoeffizienten zwischen \tilde{x} und \tilde{y} abschnittsweise auf Segmenten der Länge l ,
benötigt das Programm `cor.m`

`c=cov(x, y)`

berechnet die Kovarianz zwischen x und y

`s=crossMI(x, y, t)`

Kreuz-Mutual-Information (analog `autoMI`)

`c=crosscor(x, y, t)`

Kreuz-Korrelation

`crossrek(\tilde{x} , \tilde{y} [, m, t, a])`

Kreuz-Rekurrenz-Plot, nach WEBBER

benötigt die Programme `abgleich.m`, `crossrek.m`, `crossrek1.m`,
`crossrek2.f`

`[j, CR]=crossrqa(\tilde{x} [, w, m, t, a, b])`

berechnet die RQA-Größen aus dem Kreuz-Rekurrenz-Plot, j - Zeitachse, auf der das RQA-Fenster auf dem Plot verschoben wird, mit `w=[]` wird kompletter Plot im Ganzen betrachtet (dann ist j =Mitte des Plots), `b` legt die Breite des betrachteten Abschnittes ober- und unterhalb der Hauptdiagonalen fest, `CR(j, :, 1)` - Rekurrenzrate, `CR(j, :, 2)` - Determinismus, `CR(j, :, 3)` - $\langle L \rangle$, `CR(j, :, 4)` - Entropie

benötigt das Programm `crossrqa2.f`

`y=dicke(x)`

mißt die Anzahl der Zeitschritte zwischen festgelegten Werten im Vektor x (zur Bestimmung der Warvenmächtigkeit)

`s=entropie(x)`

berechnet SHANNON-Entropie von x

`y=fak(x)`

berechnet die Fakultät von x

`y=findejahr(x)`

transformiert Minima in x zu 1, Rest wird null

`y=ft(x)`

FOURIER-Transformation von x

`ftplot(x, flag)`

zeichnet ein FOURIER-Power-Spektrum,
über das Flag lassen sich zwei verschiedene Skalen verwenden (1- Skala=1/Jahr;
2- Skala=1/Index)

`gin`

Bestimmt die Koordinaten, an denen der Mauszeiger steht

`h=haeufigkeit(x)`

ermittelt das Histogramm von x

`x=ift(y)`

inverse FOURIER-Transformation von y

`img(X [, jahr])`

Image-Plot mit richtiger Seitenausrichtung, und optional mit Jahresbeschriftung

`ĩ=int2(x̃)`

integriert innerhalb eines 12er-Schritt-Fensters (innerhalb eines Jahres), beginnt dann wieder mit null

`ĩ=integral(x̃)`

integriert den Vektor x

`ŷ=interplin(x, m)`

Stützstellen im linearen Abstand erzeugen, m ist Markerdatensatz (Jahresbeginn),
Werte zwischen den Stützstellen sind linear interpoliert

`ŷ=interplog(x, m)`

Stützstellen im logarithmischen Abstand erzeugen, m ist Markerdatensatz (Jahresbeginn),
Werte zwischen den Stützstellen sind logarithmisch interpoliert

`ŷ=interplog2(x, m)`

Stützstellen im logarithmischen Abstand erzeugen, m ist Markerdatensatz (Jahresbeginn),
Werte zwischen den Stützstellen sind nicht interpoliert

`ỹ=interplog3(x, m)`

Stützstellen im logarithmischen Abstand erzeugen, *m* ist Markerdatensatz (Jahresbeginn), Werte zwischen den Stützstellen sind linear interpoliert

`ĩ=jahresmittel(x̃)`

bestimmt die Jahresmittel von *x*

`[x̃, ỹ]=join(Matrix, Locations)`

mittelt die Werte in *MATRIX* und teilt sie nach der Höhe (steht in *LOCATIONS*) in *x̃* und *ỹ* auf

`s=ketten(n, sm)`

bildet Zeichenketten der Länge *n* aus *sm* Symbolen

`d=kstest(x, y [, a, nk])`

KOLMOGOROV-SMIRNOV-Test zwischen den Verteilungen der Vektoren *x* und *y* mit der Irrtumswahrscheinlichkeit *a* (optional, Standard ist 5 %) und der Anzahl der Klassen der Verteilung *nk* (optional, Standard ist $\sqrt{N_{min}}$)

`Ĩ=lac(x̃, w)`

berechnet die Clustergröße von eines RP aus der Zeitreihe *x̃* durch die zweite Ableitung des Logarithmus der Lacunarity (Löchrigkeit) nach dem Logarithmus der Länge der Gliding-Box *w*, Berechnung erfolgt zweidimensional, benötigt das Programm *lac2.f*

`l=lac1(x)`

berechnet die Lacunarity (Löchrigkeit) vom Vektor *x* in Abhängigkeit der Länge *w* der eindimensionalen Gliding Box,
△ Fortran-MEX-Programm!

`l=lac2(X)`

berechnet die Lacunarity (Löchrigkeit) der Matrix *X* in Abhängigkeit der Länge *w* der zweidimensionalen Gliding Box,
△ Fortran-MEX-Programm!

`r=linie(X)`

bestimmt die Dichte der Diagonalen in der Matrix *X* in Abhängigkeit vom Abstand von der Hauptdiagonalen
△ Fortran-MEX-Programm!

`listplot(y [, x], n)`

plottet y n -mal untereinander, optional kann x für die Beschriftung der x -Achse angegeben werden

`listplot2(y [, x], y' [, x'], n)`

plottet y und y' n -mal untereinander

`listplot2a(x, x', y, y', n)`

plottet x und x' sowie y und y' n -mal untereinander

`l=lyap(x)`

berechnet den LYAPUNOV-Exponenten unter Benutzung des TISEAN-Paketes, d.h. das Programm `lyapunov` wird benötigt

`x̃=mat2vec(X)`

transformiert eine Matrix X in einen Vektor \tilde{x}

`[m, s]=monatsmittel(x)`

berechnet aus einem langjährigen Datensatz die langfristigen Monatsmittel m und die Standardabweichung s

`ṽ=mvd(x̃ [, w])`

berechnet den Mittelwert \tilde{v} der Längen der Vertikallinien im Rekurrenzplot einer Zeitreihe \tilde{x} (Fensterlänge w)

`p=mvd3(X)`

berechnet die Verteilung der Längen der Vertikallinien im Rekurrenzplot X ,
 \triangle Fortran-MEX-Programm!

`y=normal(x, m, s)`

berechnet die Normalverteilung $y = p(x)$ mit Mittelwert m und Standardabweichung s

`[dmax, dmit]=phasenraumdurchmesser(x, m, t)`

maximaler (d_{\max}) und mittlerer (d_{mit}) Phasenraumdurchmesser (Dimension m , lag t)

`h=pl(x̃)`

Plottet eine Zeitreihe \tilde{x} , wobei die zweite Spalte die Zeitreihe enthält und die erste Spalte die Zeit (z. B. Jahr), h ist die Handle-Nummer des Plots

`pmemserie(X, jahr)`

Spectrogramm aus der Matrix X mit dem Jahresvektor $jahr$ auf der x-Achse

`position(n)`

entnimmt der aktuellen Graphik die Breite und weist sie der Graphik in Figur n zu

`x=read(filename)`

lädt aus der Datei `filename` lesbare Daten

`r=reg(y, x)`

berechnet den Regressionskoeffizienten $y = rx + n$,
△ Fortran-MEX-Programm!

`rek(x̃ [, m, t, a])`

Rekurrenz-Plot in MAYER-KRESS-Darstellung Dimension m , Verzögerung t und Mindestabstand a können interaktiv geändert werden, der Plot wird als Matrix abgespeichert (File `X.mat`), benötigt die Programme `rek.m`, `rek1.m`, `rek2.f`

`ř=rekrate(X)`

bestimmt aus dem Rekurrenz-Plot X die spaltenweise Rekurrenzrate $ř$

`ř=reksur(x̃)`

berechnet zu $x̃$ 100 Ersatzvektoren und berechnet von denen die spaltenweise Rekurrenzrate $ř$

`rekurrenz(x̃ [, m, t, a])`

Rekurrenz-Plot in ECKMANN-RUELLE-Darstellung Dimension m , Verzögerung t und Mindestabstand a können interaktiv geändert werden, benötigt die Programme `rekurrenz.m`, `rekurrenz1.m`, `rekurrenz2.f`

`Ř=rqa(x̃ [, w, m, t, a])`

berechnet die RQA-Größen nach WEBBER, $R(i, 1)$ - x-Achse, $R(i, 2)$ - Rekurrenzrate, $R(i, 3)$ - Determinismus, $R(i, 4)$ - $1/L_{max}$, $R(i, 5)$ - Entropie, $R(i, 6)$ - Trend, benötigt das Programm `rqa2.f`

`h=shannon(x)`

berechnet die SHANNON-Information von symbolisierten Daten x

`ŷ=shuffle(x̃)`

permutiert die Werte im Vektor \tilde{x}

`x'=smooth(x, u [, a])`

glättet die Zeitreihe x mit verschiedenen Filtern a (1=Rechteck-Filter, 2=Glockenkurve, 3=Rechteck-Filter mit auslaufenden Kanten, 4=Binomial-Filter) der Filterlänge u ,

benötigt `H.m` und `fak.m`

`X'=smoothimage(X)`

glättet einen Rekurrenz-Plot X

`x̃'=smoothmonat(x̃)`

subtrahiert (oder dividiert) von den Monatswerten das langjährige Monatsmittel,

benötigt `monatsmittel.m` und `fak.m`

`x̃'=smoothnan(x̃)`

ersetzt Lücken in der Zeitreihe mit Mittelwert aus dem vor- und nachfolgenden Wert

`y=symbol(x)`

symbolisiert die Zeitreihe x (genaue Spezifizierung im M-File)

`p=symbwahr(y, ordnung)`

Symbolketten finden und deren Wahrscheinlichkeit p bestimmen

`x̃'=trafo(x̃, a)`

transformiert die Zeitreihe \tilde{x} so, daß sie einer GAUSS- ($a=0$) bzw. Gleichverteilung ($a=1$) entsprechen

`x'=walsh(x)`

berechnet die WALSH-Transformation des Vektors x

`y=walshpower(x)`

berechnet das Quadrat der WALSH-Transformation des Vektors x